



**UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA EN MADERAS**

**TESIS DE GRADO
MAGÍSTER EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA DE LA MADERA**

Carlos Guillermo Acevedo Correa

**OPTIMIZACIÓN DE CORTE
LONGITUDINAL PARA TROZAS PODADAS
DE PINO INSIGNE CON RECONSTRUCCIÓN
TRIDIMENSIONAL**

Director: Dr. Mario Ramos Maldonado
Co-Director: Dr. Cristhian Aguilera Carrasco

**CONCEPCIÓN – CHILE
2014**



Dedicada a:
Mí esposa y mí hija.
Begonia y Amalia.



P R E F A C I O

Este trabajo indagatorio se encuentra enmarcado en el desarrollo de la tesis de grado de Magister en Ciencia y Tecnología de la Madera, que aborda un método de optimización de cortes para trozas podadas de *Pinus radiata* D. Don reconstruidas tridimensionalmente que permita incrementar aprovechamiento de la materia y utilidad de la madera aserrada.

Esta investigación contó con el apoyo financiero de la Escuela de Graduados de la Universidad del Bío-Bío, por medio de la Beca de Investigación periodo 2013. Por consiguiente, esta indagación permitió participar en el II Encuentro de Investigación de Estudiantes de Postgrado, organizado por las Direcciones de: Postgrado e Investigación de la Universidad del Bío-Bío, realizado en la ciudad de Chillán en Octubre de 2013 y en el IV Encuentro de Investigación organizado por la Dirección de Investigación de la misma universidad, acaecido en la ciudad de Concepción en Diciembre de 2013.

La culminación de esta tesis contempló la sumisión del artículo científico: Acevedo, C.; Ramos, M.; Monsalve, D. 2014. Optimización 3D de patrones de corte para trozas de *Pinus radiata* D. Don con cilindro central defectuoso, en la revista Maderas. Ciencia y Tecnología, del Departamento de Ingeniería en Maderas de la Universidad del Bío-Bío.

Finalmente, agradezco la colaboración prestada en el CIMUBB, en la programación del código que representa el modelo matemático utilizado, como también toda la orientación y disposición del director de tesis, Dr. Mario Ramos M. Además, deseo reconocer el incommensurable esfuerzo familiar y apoyo incondicional de mi esposa Begonia Guerrero G. y mi pequeña hija Amalia Acevedo G., que constituyen el motor de mi vida y pilar fundamental de mis sueños.



RESUMEN

La poda se ejecuta para incrementar el volumen de madera libre de defectos con respecto al volumen total del fuste, esto conlleva la división de la troza en dos áreas: una libre de defectos y otra con defectos, que definen la calidad final de la madera aserrada.

El proceso de corte se enfoca como un Problema de Corte y Embalaje (Cutting-Stock Problem, CSP) en donde se debe ubicar piezas de madera aserrada en las trozas minimizando la pérdida por aserrín o despuntes, que repercute en la rentabilidad de las industrias madereras. Sin embargo, al ser un problema de optimización combinatoria, encontrar una solución óptima es impracticable a nivel industrial dado el tiempo requerido.

Esta investigación desarrolla un método eficiente en tiempo y rendimiento que permite aumentar el aprovechamiento volumétrico y utilidad de los aserraderos que procesan trozas podadas de *Pinus radiata*. Se estableció un algoritmo de programación dinámica, probado en trozas latifoliadas, que permite encontrar una solución al problema, considerando criterios de la materia prima: diámetros extremos, diámetro máximo de cilindro nudoso y largo de internudo; y de las piezas aserradas obtenidas: escuadría, calidad y precio.

Basado en el marco teórico se reconstruye, en primera instancia, una troza tridimensionalmente considerando los siguientes parámetros internos: diámetro de cilindro nudoso de 10 cm, un largo de internudo que promedia 70 cm. con verticilos de cuatro nudos centrados en la medula simulados como conos truncados y orientados a 24° de la médula, lo que es complementado con las imágenes externas que proporciona un escáner industrial.

La implementación del algoritmo computacionalmente en lenguaje de programación C# permitió tener presente las características de la materia prima, considerando listado de pedidos y flujo de producción predominante en el país, además de facilitar la visualización tridimensional del patrón de corte por medio de visualización gráfica.

Los resultados muestran un incremento en el aprovechamiento de la materia prima y utilidad neta de la madera aserrada, sin embargo, se encuentra altamente supeditado a la confiabilidad que puedan conferir los datos entregados por el escáner industrial para confeccionar una imagen tridimensional de la troza.



ÍNDICE

I N T R O D U C C I Ó N 1

C A P Í T U L O I

1 PROBLEMÁTICA Y ESTADO DEL ARTE. 3

1.1 Problemática. 3

1.2 Componentes Típicos de un Aserradero. 3

1.3 Reconstrucción de la Troza. 4

1.3.1 Determinación de la Sección Transversal de una Troza. 4

1.3.2 Método para Construir el Perfil de una Troza 6

1.3.2.1 Cálculo del Área y Centroide Transversal. 7

1.3.2.2 Reducción de Variación Centroidal. 7

1.3.2.3 Reducción de Variación de Área de la Sección Transversal. 8

1.3.3 Modelamiento de Nudos 9

1.3.4 Cilindro Central Defectuoso (CCD). 12

1.3.5 Largo del Internudo. 13

1.4 Patrón de Corte. 13

1.4.1 Consideraciones del Patrón de Corte. 14

1.4.1.1 Diámetro de la Troza. 14

1.4.1.2 Proceso Tecnológico. 14

1.4.1.3 Sistema Físico. 14

1.4.1.4 Materia Prima. 14

1.4.1.5 Largo de la Troza. 15

1.4.1.6 Conicidad. 15

1.4.1.7 Curvatura. 15

1.4.1.8 Defectos de Forma. 15

1.5 Fundamentos de la Optimización del Corte. 15

1.6 Problemas de Corte y Embalaje (Cutting and Packing Problems (C&P)). 16

1.6.1 Formulación General de los Problemas de Corte. 17

1.6.2 Descripción de los Problemas de Corte y Embalaje. 17

1.6.3 Clasificación de los Problemas de Corte y Empaquetado. 18

1.6.4 Optimización Combinatoria. 19



1.6.4.1	Resolución de los Problemas de Optimización Combinatoria.....	20
1.7	Optimización de Producción de Madera Aserrada.....	21
1.8	Modelos Matemáticos para la Optimización de Producción de Madera Aserrada.	22
1.8.1	Aserrado Uniforme.	24
1.8.1.1	Modelo Matemático para Aserrado Uniforme Óptimo	25
1.8.1.2	Algoritmo de Programación Dinámica.....	27
1.8.1.3	Algoritmo Aserrado Uniforme.....	28
1.8.2	Aserrado Prismático	29
1.8.3	Simulación de Canteado y Despuntado.....	31
1.8.4	Reaserrado de Basa Central.....	32
1.9	Hipótesis de Trabajo.....	33
1.10	Objetivos.....	33
1.10.1	Objetivo General.....	33
1.10.2	Objetivos Específicos.....	33

C A P Í T U L O I I

2	PLANTEAMIENTO DEL MODELO.....	34
2.1	Reconstrucción de la Troza	34
2.2	Modelo Matemático Propuesto	37

C A P Í T U L O I I I

3	VALIDACIÓN DEL MODELO	41
3.1	Metodología de Validación.....	41
3.1.1	Definición de Parámetros.....	42
3.1.2	Diseño Experimental.....	45
3.1.2.1	Prueba de Hipótesis.....	45
3.2	Resultados y Análisis.....	46
3.2.1	Aprovechamiento de la Materia Prima.....	46
3.2.2	Utilidad Neta de la Madera Aserrada.....	49
3.2.3	Validación Estadística.....	52
3.2.4	Visualización Gráfica.....	52
3.3	Análisis de Resultados.....	53



C O N C L U S I O N E S	55
B I B L I O G R A F Í A	56
A P É N D I C E I	60
A N E X O I	67
A N E X O I I	68
A N E X O I I I	69

Í N D I C E D E F I G U R A S

Figura 1-1. Componentes básicos de un aserradero.....	4
Figura 1-2. Elipse con los parámetros a , b , x_0 , y_0 y θ	5
Figura 1-3. Descomposición de polígonos en triángulos.....	6
Figura 1-4. Reconstrucción de troza.....	8
Figura 1-5. Sistema de coordenadas para localizar los nudos en el espacio.....	9
Figura 1-6. Nudo representado como un cono posicionado arbitrariamente en el espacio xyz.....	9
Figura 1-7. Cono elíptico simple con vértice O' y eje $O'x'$ representando la forma básica de un nudo.....	10
Figura 1-8. Variables dependientes predictoras.....	11
Figura 1-9. Principales parámetros descriptores del CCD.....	12
Figura 1-10. Largo de Internudo.....	13
Figura 1-11. Proyección de patrón de corte.....	23
Figura 1-12. Rango de corte y planos de corte para aserrado uniforme.....	24
Figura 1-13. Una posible solución para el aserrado uniforme.....	26
Figura 1-14. Selección de orientación de corte.....	28
Figura 1-15. Aserrado prismático.....	29
Figura 1-16. Líneas de corte potenciales para el canteado y despuntado.....	31
Figura 2-1. Disposición de scanner industrial.....	34
Figura 2-2. Diagrama de captura de secciones de la troza.....	35
Figura 2-3. Plano de elipse.....	35
Figura 2-4. Gráficas de modelos.....	36
Figura 2-5. Distancias centroides-eje.....	36
Figura 2-6. Reconstrucción 3D de troza.....	37
Figura 2-7. Aserrado prismático.....	38



Figura 2-8. Líneas de corte potenciales para laterales.	38
Figura 3-1. Parámetros de rectángulo inscrito en sección de troza.	41
Figura 3-2. Aprovechamiento de la madera de <i>Pinus radiata</i> D. Don.	42
Figura 3-3. Parámetros de la troza.	42
Figura 3-4. Curvatura de una troza	44
Figura 3-5. Conicidad de una troza	44
Figura 3-6. Comparación del aprovechamiento de la materia prima.	47
Figura 3-7. Volumen de madera aserrada generada por algoritmo de programación dinámica.	47
Figura 3-8. Volumen de madera aserrada generada por heurística.	48
Figura 3-9. Volumen de madera aserrada generada por métodos.	48
Figura 3-10. Interrelación curvatura-conicidad con aprovechamiento.	49
Figura 3-11. Comparación de la utilidad neta de la madera aserrada.	50
Figura 3-12. Utilidad neta de madera generada por algoritmo de programación dinámica.	50
Figura 3-13. Utilidad neta de madera generada por heurística.	51
Figura 3-14. Interrelación curvatura-conicidad con utilidad neta.	51
Figura 3-15. Reconstrucción tridimensional de una troza.	52
Figura 3-16. Interface de algoritmo de programación dinámica.	53

Í N D I C E D E T A B L A S

Tabla 3-1. Espesores y anchos nominales para madera aserrada.	43
Tabla 3-2. Tabla de equivalencias.	43
Tabla 3-3. Aprovechamiento de las trozas según algoritmo de programación dinámica.	46
Tabla 3-4. Aprovechamiento de las trozas según heurística.	46
Tabla 3-5. Ingresos y utilidad neta según algoritmo de programación dinámica.	49
Tabla 3-6. Ingresos y utilidad neta según heurística.	49
Tabla 3-7. Prueba <i>t</i> para variable aprovechamiento de la materia prima.	52
Tabla 3-8. Prueba <i>t</i> para variable utilidad neta de la madera aserrada.	52



INTRODUCCIÓN

Según el [Banco Mundial \(2013\)](#), Chile en 2012, registro un Producto Interno Bruto (PIB) de US\$268.300 millones, en donde las exportaciones forestales aportan con US\$5.389,4 millones, teniendo como principales mercados: China, Estados Unidos, Japón y Holanda, que abastecen los dos grandes grupos: Arauco y CMPC, ([INFOR, 2012b](#)). En este marco, la especie *Pinus radiata* D. Don, se encuentra predominando las plantaciones forestales con 1.478.368,9 hás, prevaleciendo las regiones del Bío-Bío y del Maule con un 41,4% y 27,6%, respectivamente, del total plantado con esta especie, debido a ello, la producción de madera aserrada proveniente de estos cultivos alcanza 6.049.500 m³ destacando las producciones de las regiones del Bío-Bío y del Maule con 3.736.300 m³ y 1.165.400 m³, respectivamente. ([INFOR, 2012a](#)).

Las plantaciones forestales, se someten a diversas intervenciones silviculturales como poda y raleo, principalmente. La poda en los árboles, tiene como objetivo incrementar el volumen de madera libre de defectos respecto al diámetro del fuste, estancando el diámetro del cilindro central defectuoso (CCD), la aplicación de este tratamiento ocasiona un truncamiento de las ramas, lo que se ve reflejado en una zona de oclusión entre el cilindro defectuoso y la madera libre de defectos, tal región varía dependiendo de la altura del árbol y la técnica que se utilice en la intervención silvicultural, ([O'Hara, 2007](#)).

La producción de madera aserrada involucra una secuencia de operaciones como: descortezado, decisión del primer corte, reaserrado, canteado, despuntado y clasificación de la madera, las que se ven complicadas debido a la geometría y calidad de las trozas, el método de aserrado ocupado y la mezcla de productos obtenidos, por lo que es extremadamente difícil que un operador realice un corte óptimo tomando las consideraciones globales del proceso. Es por ello, que desde 1960 se han desarrollado varios software para determinar la mejor configuración de cortes en base a la decisión de poseer la mayor cantidad de información posible con respecto a la calidad y forma de la troza, ([Lin et al. 2011](#)).

La información precisa sobre el tamaño, la forma y localización de defectos internos de la troza es clave para mejorar el valor y la calidad de madera aserrada. Históricamente, las investigaciones se han esforzado por examinar los indicadores externos, mientras que el estudio de las características internas del defecto ha sido esporádico, ([Thomas, 2008](#)).

En la actualidad, dado el uso de técnicas no-destructivas para la identificación de defectos en la madera es posible conocer con precisión el tamaño, la forma y localización de las ramas truncadas que conforman el cilindro nudoso de la troza, información que sería clave para incrementar la calidad de



madera aserrada obtenida. Sin embargo, aunque los métodos para la visualización de trozas tridimensionales considerando el comportamiento del cilindro nudoso mediante Rayos-X, Tomografía Computarizada (CT) o métodos de escaneo de Imágenes por Resonancia Magnética (MRI) se encuentran medianamente definidos, se hacen inviable en la industria maderera dado que no han sido suficientemente desarrollados para trabajar a velocidades de producción y el alto costo que supone la inversión, ([Lin et al. 2011](#)).

Este trabajo investigativo pretende conferir una solución al proceso de corte en la transformación primaria de la madera considerando largo y condición interna del cilindro central defectuoso (CCD) de las trozas, impactando en aprovechamiento de la materia prima y utilidad de la madera aserrada.



C A P Í T U L O I

1 PROBLEMÁTICA Y ESTADO DEL ARTE.

1.1 PROBLEMÁTICA.

Los patrones de corte en la actualidad se realizan considerando solo los diámetros de las trozas ignorando el comportamiento que tienen éstas en el largo. Además, últimamente se han incorporado técnicas que logran predecir el comportamiento del cilindro defectuoso, por lo que sería interesante establecer un patrón de corte que considere el comportamiento interno de las trozas que reditué en incrementar el volumen de madera aserrada libre de defectos que se traduciría en una maximización de la rentabilidad del proceso.

Por tanto, el problema surge por la disponibilidad actual y futura de mediano plazo de obtener información externa e interna de las trozas desde un escáner industrial, lo que permitirá optimizar planes de corte en tiempo real para la reconstrucción tridimensional eficiente de las trozas que será atractivo para la implementación en la industria maderera nacional.

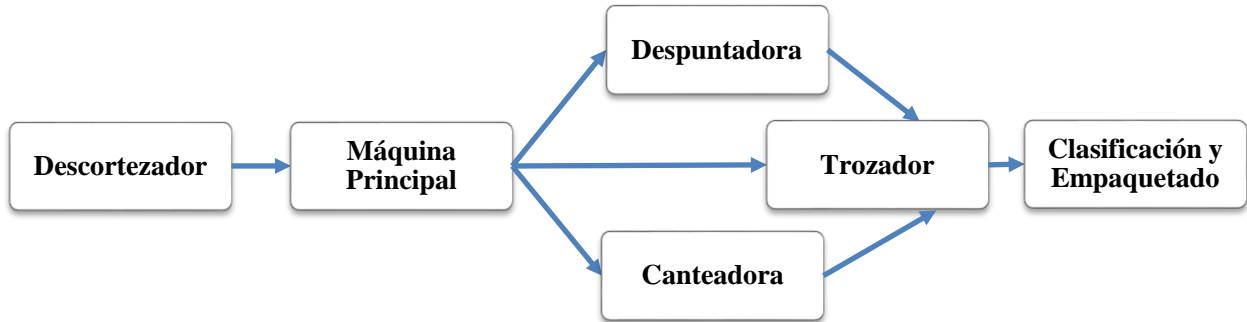
1.2 COMPONENTES TÍPICOS DE UN ASERRADERO.

Según [Kline et al. \(1992\)](#), los típicos componentes para un aserradero incluyen descortezador, máquina principal, canteadora, despuntadora y trozador (Figura 1-1). Los elementos de un aserradero pueden variar sustancialmente de la producción que este posea. Los procesos involucrados en el aserrado de madera se describen a continuación:

- Descortezador: Las trozas se deslizan sobre una cadena de rodillos que les van haciendo girar y les arrancan toda su corteza longitudinal.
- Máquina Principal: Entra a la máquina principal donde es aserrada y se obtienen las primeras tablas, por lo general son carros huinchas o sierras cinta dobles.
- Canteadora: Equipo empleado para el corte de piezas laterales, esto es la eliminación de los bordes imperfectos de la pieza proveniente del primer corte de la troza, está dotada con dos sierras circulares paralelas que se ajustan al ancho útil de la pieza.



- **Despuntadora:** Equipo empleado para el corte de piezas de madera, esto es la eliminación de las puntas imperfectas de la pieza provenientes de la troza, está dotada con dos sierras circulares paralelas, que se ajustan al largo útil de la pieza.
- **Trozado:** Corte transversal de piezas de madera, según un listado de corte, que dependerá del largo y defectos que posea, se utiliza una sierra circular.
- **Clasificado y Empaquetado:** Para finalizar la madera se clasifica y se empaqueta, según largo y calidad.



Fuente: Kline *et al.* 1992

Figura 1-1. Componentes básicos de un aserradero.

1.3 RECONSTRUCCIÓN DE LA TROZA.

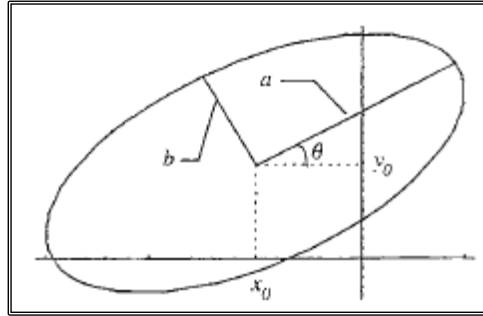
1.3.1 DETERMINACIÓN DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE UNA TROZA.

Según [Skatter \(1998\)](#), si se supone, que tres proyecciones tangentes a la troza son conocidas, se puede derivar una expresión matemática para una elipse expresada por los parámetros de las rectas de estas tangentes. Una elipse con los ejes principales a lo largo del sistema de coordenadas xy se puede escribir como:

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1 \tag{1-1}$$

Si los ejes principales a y b están orientadas en un ángulo θ con respecto a xy , (Figura 1-2) transformado las coordenadas, la ecuación se puede escribir como:

$$\frac{(\cos \theta (x - x_0) + \sin \theta (-y + y_0))^2}{a^2} + \frac{(\cos \theta (y - y_0) + \sin \theta (x - x_0))^2}{b^2} = 1 \tag{1-2}$$



Fuente: Skatter, 1998

Figura 1-2. Elipse con los parámetros a , b , x_0 , y_0 y θ .

Arbitrariamente una línea está representado por:

$$y = y_i + k_i(x - x_i) \tag{1-3}$$

Donde:

(x_i, y_i) :	Es un punto de la recta.
k_i :	Es la pendiente.

Mediante la inserción de la expresión en la ecuación para y en la ecuación anterior la resultante es cuadrática en x , y representa geoméricamente la intersección entre la recta y la elipse. Como sólo se busca la solución en el caso especial cuando la línea es tangente a la elipse, significa que sólo debe haber una solución para esta ecuación. Por tanto, para la ecuación cuadrática:

$$c_1x^2 + c_2x + c_3 = 0 \tag{1-4}$$

Se requiere:

$$c_2^2 - 4c_1c_3 = 0 \tag{1-5}$$

Entonces x es eliminado y se obtiene:

$$a^2(1 - \cos 2\theta) + b^2(1 + \cos 2\theta) - 2y_0^2 + 2((a^2 - b^2) \sin 2\theta + 2x_0y_0)k_i + (a^2(1 + \cos 2\theta) + b^2(1 - \cos 2\theta) - 2x_0^2)k_i^2 - 4y_0k_ix_i + 4y_0k_i^2x_i - 2k_i^2x_i^2 + 4y_0y_i - 4x_0k_iy_i + 4k_ix_iy_i - 2y_i^2 = 0 \tag{1-6}$$

Esta ecuación puede ser reordena para formar un conjunto de ecuaciones lineales con los parámetros de la recta.

$$z_1 + k_iz_2 + k_i^2z_3 + (y_i - k_ix_i)z_4 + (k_i^2x_i - k_iy_i)z_5 - 2k_i^2x_i^2 + 4k_ix_iy_i - 2y_i^2 = 0 \tag{1-7}$$

Además, un conjunto simplificado de ecuaciones cuadráticas que contienen los parámetros de la elipse:



$$\begin{aligned} z_1 &= a^2(1 - \cos 2\theta) + b^2(1 + \cos 2\theta) - 2y_0^2 & z_3 &= a^2(1 + \cos 2\theta) + b^2(1 - \cos 2\theta) - 2x_0^2 \end{aligned} \quad (1-8)$$

$$z_2 = 2(a^2 - b^2) \sin 2\theta + 4x_0y_0 \quad z_4 = 4y_0 \quad z_5 = 4x_0$$

Reordenando se puede expresar:

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= x_0^2 + y_0^2 + \frac{z_1 + z_3}{2} & a^2 - b^2 &= \frac{x_0^2 - y_0^2 + \frac{z_3 - z_1}{2}}{\cos 2\theta} \end{aligned} \quad (1-9)$$

$$z_2 = 2 \left(x_0^2 - y_0^2 + \frac{z_3 - z_1}{2} \right) \tan 2\theta + 4x_0y_0$$

Para despejar los parámetros de la siguiente manera:

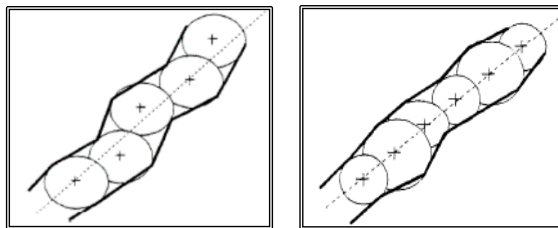
$$\begin{aligned} y_0 &= \frac{z_4}{4} & \theta &= \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{z_2 - 4x_0y_0}{2 \left(x_0^2 - y_0^2 + \frac{z_3 - z_1}{2} \right)} \right) \\ x_0 &= \frac{z_5}{4} \end{aligned}$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(x_0^2 - y_0^2 + \frac{z_3 - z_1}{2} + \frac{x_0^2 - y_0^2 + \frac{z_3 + z_1}{2}}{\cos 2\theta} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1-10)$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(x_0^2 - y_0^2 + \frac{z_3 - z_1}{2} - \frac{x_0^2 - y_0^2 + \frac{z_3 + z_1}{2}}{\cos 2\theta} \right)^{\frac{1}{2}}$$

1.3.2 MÉTODO PARA CONSTRUIR EL PERFIL DE UNA TROZA

Cada rodaja de la sección transversal de una troza se compone por un bucle cerrado de los puntos que describen una circunferencia en un lugar determinado a lo largo de la longitud de la troza. En realidad, cada “rebanada” se puede ver como un polígono simple de lados adyacentes que tienen interior común o puntos finales que se puede descomponer en triángulos múltiples, (Figura 1-3). El centroide y el área de cada triángulo se pueden calcular fácilmente usando la geometría, (Occeña *et al.* 1995).



Fuente: Occeña *et al.* 1995

Figura 1-3. Descomposición de polígonos en triángulos.



1.3.2.1 Cálculo del Área y Centroide Transversal.

Supongamos que después de la descomposición de la rebanada de la sección transversal se compone de N triángulos. Sea (x_i^c, y_i^c) el centroide, y s_i el área, del j – *ésimo* triángulo. Entonces el centroide (cx, cy) y el área (s) de la rebanada de la sección transversal puede ser calculada como:

$$cx = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^c s_i}{\sum_{i=1}^N s_i} \quad cy = \frac{\sum_{i=1}^N y_i^c s_i}{\sum_{i=1}^N s_i} \quad (1-11)$$

$$s = \sum_{i=1}^N s_i$$

1.3.2.2 Reducción de Variación Centroidal.

Se representa la reducción de la variación centroidal como un procedimiento recursivo que retiene sólo aquellos cortes transversales que muestran una variación significativa del centroidal. Una rebanada tiene una variación significativa del centroidal cuando presenta un desplazamiento máximo relativo de una línea de referencia en cada iteración y supera un valor umbral especificado. Posteriormente, se subdivide la troza en rodajas, resultando en dos secciones de troza que recursivamente se evalúan con el mismo procedimiento para encontrar otras secciones transversales con una importante variación centroidal.

Supongamos que una troza se compone de M rebanadas transversales. Sea $p_j(cx_j, cy_j, cz_j)$ describe el baricentro de la j – *ésima* rebanada, para $j = 1, \dots, M$; cx_j y cy_j provienen del anterior paso, y cz_j es la ubicación de esta rebanada en el largo de la troza en relación con el extremo de diámetro menor de este, es decir, $cz_1 = 0$. Idealmente, si la troza fuera un cilindro recto (que es imposible), todos los centroides transversales se encontrarían en el segmento de línea de los conectores p_1 y p_M , la primera y última rodaja, respectivamente.

Si $p'_j(cx'_j, cy'_j, cz_j)$ es un centro de gravedad ideal en la línea del segmento p_1p_M en la ubicación cz_j . Entonces $p'_j(cx'_j, cy'_j, cz_j)$ puede ser calculado en una relación lineal a partir de $p_1(cx_1, cy_1, cz_1)$ y $p_M(cx_M, cy_M, cz_M)$. Podemos definir d_j (desviación de la centroide real desde el centroide ideal) en cz_j como:

$$d_j = \sqrt{(cx_j - cx'_j)^2 + (cy_j - cy'_j)^2} \quad (1-12)$$



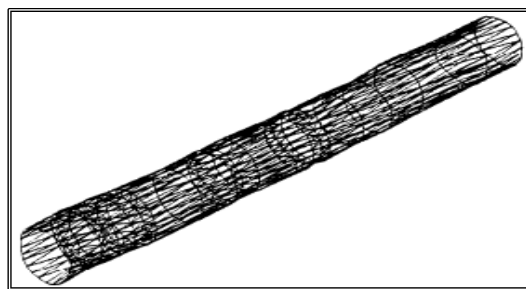
Encontrada la máxima desviación d_j^m en el intervalo $[1, \dots, M]$. Si $d_j^m > T$ (donde T es un valor de umbral especificado), entonces que $k = j$. Se identifica y registra esta k –ésima rodaja como una variación centroidal significativa. A continuación, se divide la troza en la k –ésima rebanada en dos secciones con rodajas desde: $1 \rightarrow k$ y $k \rightarrow M$, respectivamente. Recursivamente se repite el procedimiento anterior, en cada sección de la troza en busca de otros cortes transversales con variación significativa del centroidal, (Occeña *et al.* 1995).

1.3.2.3 Reducción de Variación de Área de la Sección Transversal.

Con el fin de capturar los efectos del área de la sección transversal, se evalúan las M rodajas para detectar variación significativa de éstas. Desde los procedimientos anteriores, se cuenta con el área de la sección transversal (s_j) de la j –ésima rebanada, para $j = 1, \dots, M$, y la ubicación longitudinal (cz_j) de la rebanada j –ésima en relación con el extremo de diámetro menor de la troza.

Si s_1 y s_M son las áreas de la sección transversal del primero y el último corte transversal, respectivamente. Se puede definir un segmento de línea de conexión entre (s_1, cz_M) y (s_M, cz_M) . Por lo tanto, si s'_j es un área ideal de la sección transversal en cz_j . Se puede definir una desviación entre cierta área de una sección transversal y el área ideal de la sección transversal en cz_j definida como $sd_j = |s_j - s'_j|$.

Tal como en el procedimiento anterior, se busca la máxima desviación sd_j^m en el intervalo $[1, \dots, M]$. Entonces, si $sd_j^m > T$ (donde T es el valor de umbral especificado), entonces $k = j$. Se identifica y registra esta k –ésima rodaja como una variación de área de la sección transversal. A continuación, se divide la troza en la k –ésima rebanada en dos secciones con rodajas desde: $1 \rightarrow k$ y $k \rightarrow M$, respectivamente. Recursivamente el procedimiento se repite para cada sección de la troza en busca de otras rebanadas con una variación significativa del área transversal. Llevando a cabo este procedimiento, variando los valores del umbral T se obtiene un conjunto de rebanadas de variación significativa del centroidal y área de la sección transversal que son conservados como descriptores para el perfil de la troza, (Figura 1-4), (Occeña *et al.* 1995).



Fuente: Occeña *et al.* 1995

Figura 1-4. Reconstrucción de troza.



1.3.3 MODELAMIENTO DE NUDOS

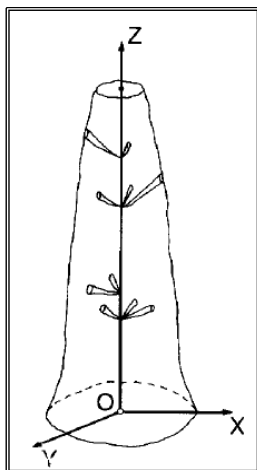
Los nudos se encuentran en la troza mediante los ejes de coordenadas rectangulares cartesianas XYZ que se muestra en la Figura 1-5. Se supone que la médula es recta y se encuentra en el eje Z . El origen de los ejes de coordenadas está situado en la base del árbol en una sección transversal que normalmente corresponde a la sección del extremo menor. El plano definido por los ejes de coordenadas XY es horizontal. Los puntos del eje de coordenadas X están en una dirección fija y actúa como un eje polar sobre el que las rotaciones en planos horizontales se medirán.

Cada nudo se simula como una rama de un cono recto elíptico cuyo vértice sobre el eje Z esta una distancia z_0 desde el origen de las coordenadas. El eje del cono es arbitrario orientado en el espacio. Como se muestra en la Figura 1-6, esta orientación es completamente definida por el ángulo β (denominado ángulo rama) entre el eje del cono y el horizonte, y el ángulo θ (denominado ángulo polar) entre el eje X y la proyección del eje de nudo en un plano horizontal. El punto final del nudo puede encontrarse en cualquier punto entre la médula y la corteza. La longitud de nudo es la distancia δ entre la médula y el punto final del nudo, medido en la proyección horizontal del eje del nudo.

$$f(x, y, z) = 0 \tag{1-13}$$

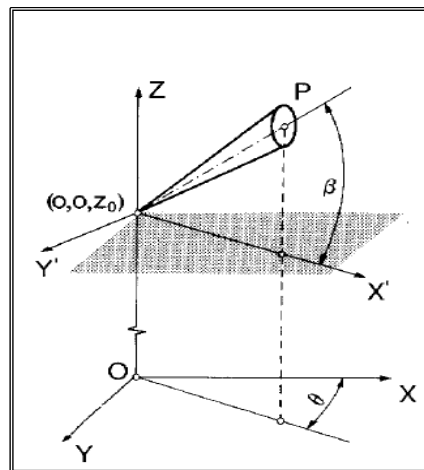
Para un cono arbitrario en el sistema de coordenadas XYZ , la ecuación adquiere la siguiente forma:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{23}yz + 2a_{13}xz + 2a_{14}x + 2a_{24}y + 2a_{34}z + a_{44} \tag{1-14}$$



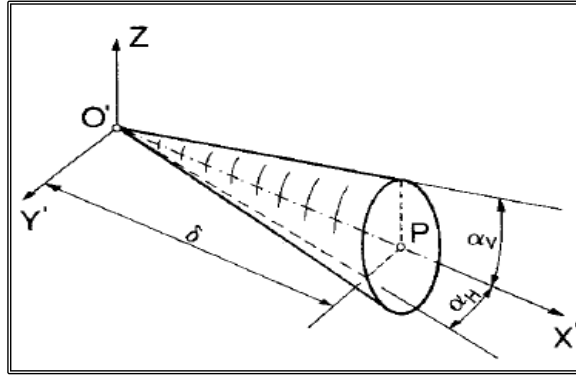
Fuente: Samson, 1993

Figura 1-5. Sistema de coordenadas para localizar los nudos en el espacio.



Fuente: Samson, 1993

Figura 1-6. Nudo representado como un cono posicionado arbitrariamente en el espacio xyz .



Fuente: Samson, 1993

Figura 1-7. Cono elíptico simple con vértice O' y eje $O'x'$ representando la forma básica de un nudo

Los términos cuyos coeficientes son a_{14} , a_{24} y a_{34} (términos de primer orden) resultan desde la traslación del origen del cono desde el origen de las coordenadas. Si el vértice de los conos se encuentra en el eje Z , como en el presente caso, los parámetros a_{14} y a_{24} desaparecen y la superficie puede ser descrita por ocho coeficientes. Estos pueden ser obtenidos a partir de la aplicación de tres transformaciones de coordenadas sucesivas de la ecuación (1-14), escrito para el cono simple elíptico (Figura 1-7). Para realizar estas transformaciones, es necesario introducir un segundo sistema de coordenadas cartesianas $X'Y'Z'$ sobre el cono simple, cuyo eje coincide con el eje X' , especificado. La ecuación de este cono es:

$$\frac{z'^2}{\tan^2 \alpha_V} + \frac{y'^2}{\tan^2 \alpha_H} - x'^2 = 0 \quad (1-15)$$

En que:

α_V y α_H :	Son semi-ángulos de vértice medidos en los planos vertical y horizontal del nudo, respectivamente.
---------------------------	--

Se puede demostrar que una rotación de un ángulo β sobre el eje y seguida por una rotación de un ángulo θ alrededor del eje Z y una traslación de una distancia z_0 a lo largo de los resultados del eje Z arroja las siguientes ecuaciones que expresan las coordenadas del sistema $X'Y'Z'$ en términos de las coordenadas en el sistema XYZ .

$$\begin{aligned} x' &= \cos \beta \cos \theta x + \cos \beta \sin \theta y + \sin \beta z - z_0 \sin \beta \\ y' &= -\sin \theta x + \cos \theta y \\ z' &= -\sin \beta \cos \theta x - \sin \beta \sin \theta y + \cos \theta z - z_0 \cos \beta \end{aligned} \quad (1-16)$$

Sustituyendo las relaciones anteriores en la ecuación (1-14) se obtienen los coeficientes necesarios para describir la superficie del nudo en el sistema XYZ .

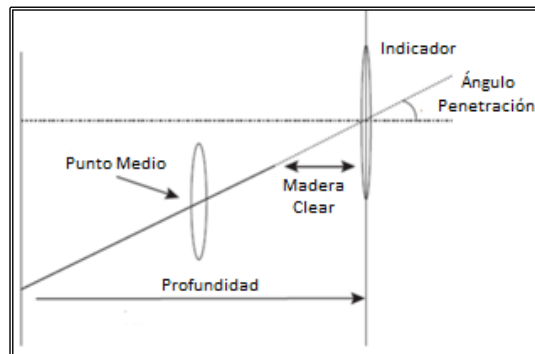


El dominio de validez de la ecuación (1-14) puede ser estimada desde las coordenadas x_p, y_p, z_p del punto final P del nudo. Estas coordenadas se pueden obtener mediante el establecimiento de $x' = \delta, y' = 0$ y $z' = 0$ en la ecuación (1-16) y resolviendo para x, y y z . Sin embargo, la forma del nudo en la proximidad de este punto final es difícil de definir con precisión, particularmente para los nudos sobresalientes resultantes del proceso de poda. Después de la poda, los tejidos de las células en el área dañada se impregnan con diversos agentes (resinas en el caso de las coníferas) para proteger el árbol, un proceso de recuperación se inicia y, después de algún tiempo, se genera el nudo sobresaliente. La literatura dedicada a estos tópicos es muy limitada, sin embargo, se apunta que la forma del nudo en la zona de oclusión es extremadamente irregular. Para tener en cuenta esta irregularidad, los límites del nudo se pueden establecer a una cierta distancia ε determinada desde el extremo del punto P . Por lo tanto, el dominio de validez de la ecuación (1-14) puede ser aproximadamente de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} 0 &\leq x \leq x_p + \varepsilon \\ 0 &\leq y \leq y_p + \varepsilon \\ z_0 &\leq z \leq z_p + \varepsilon \end{aligned} \tag{1-17}$$

Cualquier número de nudos puede ser colocado en el trozo, siempre que no se crucen. Cada nudo requiere de siete parámetros ($\alpha_V, \alpha_H, \beta, \theta, \delta, \varepsilon, z_0$) para su definición, (Samson, 1993).

Por su parte, Thomas (2008) propuso una metodología en base a las características externas de las trozas latifoliadas para predecir los nudos internos del verticilo. El modelo, en base al indicador superficial, establece las siguientes variables dependientes predictoras: ángulo de penetración, madera clear sobre el defecto, profundidad total, punto medio de la sección tanto en su ancho como en su largo, (Figura 1-8).



Fuente: Thomas, 2008

Figura 1-8. Variables dependientes predictoras.

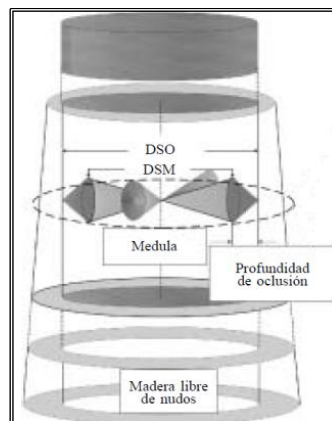
Según los resultados el modelo tiene una alta correlación ($R^2 = 0,71$ a $0,86$) para predecir los defectos internos en base a nudos vivos, sin embargo, se obtuvo una baja correlación en base a la predicción conforme a las distorsiones de la corteza.



1.3.4 CILINDRO CENTRAL DEFECTUOSO (CCD).

La poda es una actividad que involucra la eliminación de ramas vivas o muertas del árbol, que permite la producción de madera libre de nudos, una vez que el crecimiento diametral del árbol cubre la zona de defectos, la cual queda así confinada a un cilindro central respecto al volumen total del fuste. De este modo, una adecuada programación de las podas permite controlar la dimensión de esta zona defectuosa, conocida como “Cilindro Central Defectuoso” (CCD), (Figura 1-9).

El diámetro del CCD depende, entre otros factores, de la calidad del sitio y la oportunidad y número de podas que se ejecuten. La predicción de la cantidad de madera libre de nudos que se obtendrá al momento de la cosecha, en general se efectúa en base a estimaciones del CCD que se realizan mediante modelos de regresión. La alimentación de estos modelos debe provenir de mediciones directas del CCD en individuos obtenidos de muestreos estadísticos destructivos.



Fuente: Karsulovic *et al.* 2005

Figura 1-9. Principales parámetros descriptores del CCD.

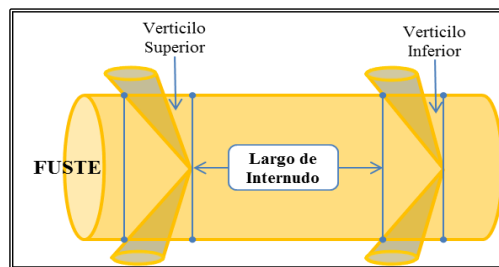
El CCD es la zona nudosa confinada al centro del fuste en la región podada del árbol para la obtención de madera libre de nudos. El CCD se conforma al cerrarse todos los nudos dejados por la poda de ramas, quedando los defectos confinados en una zona nudosa central. El CCD incluye, además, cualquier ensanchamiento debido a la sinuosidad del fuste al momento de la poda. En síntesis, los principales componentes que definen el diámetro del CCD, son: el diámetro sobre muñón de las ramas podadas (DSM), definido como el mayor diámetro medido sobre las ramas podadas al momento de la poda; el diámetro sobre oclusión (DSO), definido como el diámetro máximo sobre la oclusión del muñón, y la médula y la sinuosidad del fuste al momento de podar.

Se han reportado diámetros del CCD cercanos a 10,16 cm. Aunque también se ha señalado como apropiado unos 15 cm. No obstante, para el caso del *Pinus radiata* D. Don bajo la realidad silvícola de Chile, se encontró un valor real de 16,5 cm en trozas de 36 cm de diámetro con podas efectuadas a los 9 y 11 años, ([Karsulovic et al. 2005](#)).



1.3.5 LARGO DEL INTERNUDO.

El largo de internudo es definido como la distancia vertical entre la parte superior de una zona nudosa y la base de la próxima zona de nudos, (Figura 1-10).



Fuente: Elaboración propia.

Figura 1-10. Largo de Internudo.

La variabilidad en la longitud de internudos se clasifica de acuerdo a su hábito de ramificación, cuando los árboles tienen una clara tendencia a formar verticilos de tal modo que entre ellos existe una sección del fuste totalmente limpia de ramas, son llamados árboles uninodales, en cambio cuando no existen verticilos claramente definidos y las ramas están a lo largo de todo el fuste, los árboles son llamados multinodales.

El género *Pinus* consta de 66 especies, 42 de ellas son uninodales y 17 multinodales. *Pinus radiata* de acuerdo a su hábito de ramificación se clasifica como intermedio con tendencia a ser multimodal. Las plantaciones de esta especie en Chile se han observado como un hábito multinodal.

Los internudos no presentan distribución y longitudes uniformes, ya sea a lo largo del fuste, o dentro de un rodal y el número en el crecimiento anual varía entre uno y seis. Estudios realizados en Nueva Zelanda muestran que a lo largo del árbol los internudos más largos se encuentran en la zona intermedia, entre los 2 y 11 metros, fuera de estos límites predomina la multinodalidad.

De acuerdo a estudios el largo de internudo medio en Chile alcanza un rango de 0,7 – 0,8 m, a partir de los siete metros de altura en adelante respecto del árbol. En comparación a Nueva Zelanda a partir de la misma altura del árbol y con el resto de las características bajo las mismas condiciones, el largo de internudo tendría valores inferiores oscilando entre los 0,3 – 0,4 m., ([Toledo, 2007](#)).

1.4 PATRÓN DE CORTE.

Se denomina plan, diagrama o patrón de corte al esquema gráfico en el cual se representan las distintas piezas de madera aserrada en forma de rectángulos, factibles de obtener de una troza de diámetro determinado, representado por una circunferencia, de acuerdo a las características de proceso,



considerando una separación entre cada pieza la que corresponde en la realidad a los espesores de corte dados por las máquinas que intervienen en el proceso, ([Koller, 2003](#)).

Análogamente, se puede definir como aserrar una troza con ciertos parámetros (perfil y cilindro central defectuoso de la troza) en piezas de madera con el fin de lograr el máximo rendimiento, dado un pedido de madera, sus dimensiones y los precios de las diversas calidades (o cualquier otro parámetro por el cual la troza puede ser optimizada, por ejemplo volumen), ([Geerts, 1984](#)).

1.4.1 CONSIDERACIONES DEL PATRÓN DE CORTE.

Según [Devlieger y Baettig \(1999\)](#) los principales factores que afectan el grado de aprovechamiento de la materia prima están referidos a:

1.4.1.1 Diámetro de la Troza.

Es considerado para calcular el volumen de la troza, influye en el área de la sección transversal de ella. El rendimiento de la materia prima crece con el diámetro de la troza.

1.4.1.2 Proceso Tecnológico.

Se entiende en el sentido de que se debe conocer previamente el flujo que sigue la línea de producción de la materia prima, el grado de automatización y el nivel de mantenimiento.

1.4.1.3 Sistema Físico.

Este factor es muy importante ya que del estudio de las características y capacidades de las máquinas depende la factibilidad de realizar un patrón de corte determinado. Esto es, las máquinas limitan la altura y anchos máximos de corte, las especies madereras más favorables para procesar de acuerdo a las potencias de corte requeridas para su proceso. La maquinaria de la que se dispone también puede limitar el tipo de corte, el diámetro de troza máximo factible de procesar, además de la cantidad de cortes por pasada.

1.4.1.4 Materia Prima.

De gran importancia, tanto en la selección del plan de corte como en la selección de la maquinaria a utilizar, u otros aspectos del aserrado. La materia prima restringe, dependiendo de la especie que se trate, a una zona determinada de la troza el diagrama de corte a realizar, debido a madera no deseada comercialmente.



1.4.1.5 Largo de la Troza.

El rendimiento de la materia prima generalmente decrece cuando la longitud de la troza crece. Esto se puede comprender debido a la conicidad del tronco que no permite sacar los productos laterales para conseguir un rendimiento idéntico que en menores largos.

1.4.1.6 Conicidad.

Generalmente una mayor conicidad arroja un menor rendimiento, salvo que dicha conicidad permita obtener un producto lateral adicional que eventualmente pudiese aumentar el rendimiento.

1.4.1.7 Curvatura.

Tiene un efecto directo en cuanto al valor del rendimiento ya que la madera no se puede aprovechar en las curvas para extraer productos y que por otro lado dicha madera se cuenta en el cálculo del volumen del trozo. Dependiendo de cómo se ubica dicha curvatura y de su forma, será la magnitud de las consecuencias que conllevara.

1.4.1.8 Defectos de Forma.

Los defectos de forma pueden afectar el rendimiento por dos razones. Por un lado los defectos de forma, una rama mal desramada en el bosque por ejemplo, pueden afectar el buen posicionamiento del tronco. Por otro lado un defecto de forma puede estropear unos diámetros del tronco y dejarlo sin fibras en un sitio donde se había previsto un producto. La consecuencia es que la tabla que sale de dicha troza, puede salir con canto muerto, por lo debe ser canteada de nuevo o bien despuntada y por tanto una reducción del rendimiento global.

1.5 FUNDAMENTOS DE LA OPTIMIZACIÓN DEL CORTE.

Resolver el problema de la programación de la producción en la industria del aserrío es hoy de gran importancia. Actualmente, la asignación de escuadrías se realiza troza a troza, lo que hace que este procedimiento no garantice el óptimo global. En un enfoque propuesto por [Maness y Adams \(1991\)](#) se resuelve el problema de manera iterativa logrando buenas soluciones sub-óptimas. Este es un modelo de programación lineal, que elige la forma de cortar los fustes y aserrar las trozas, para maximizar la utilidad desde un *input* de materia prima. Sin embargo, muchos enfoques han usado técnicas de programación matemática. Por ser el problema de la asignación de escuadrías a las trozas un problema combinatorio, minimizar el tiempo de resolución llega a ser importante, ([Faaland y Briggs, 1984](#)).

Los modelos de simulación pueden ser desarrollados primeramente describiendo el modelo para caracterizar en general las operaciones y el funcionamiento del aserradero. Los modelos de optimización,



se desarrollan principalmente con herramientas analíticas para prescribir la producción óptima de la planta importando el tiempo real de las operaciones del aserradero, ([Mendoza et al. 1991](#)).

[Zheng et al. \(1989\)](#), realizaron un estudio para determinar el patrón de corte de una troza, en el cual aplicó una teoría geométrica de dos dimensiones para maximizar el rendimiento. Suponiendo que el plano transversal de la troza era circular y elíptico. De esta forma se pudo obtener de forma matemática los valores de las piezas, que se componían de una basa central que tenía como diagonal el diámetro de la troza y cuatro laterales, es decir, dos a los lados, uno inferior y otro superior. Según [Dyckhoff \(1990\)](#) la mayoría de la investigación se ha centrado en los esfuerzos para mejorar el rendimiento de la madera a través de la búsqueda óptima de los patrones de corte, que es un problema típico de corte y empaquetado (Cutting and Stock Problem, CSP) que se encuentra en numerosas industrias. Los ejemplos más claros son en la industria del papel, vidrio, metal y madera

La madera producida en los aserraderos es vendida basada en el volumen y el grado de calidad, donde el grado es determinado primero por el porcentaje de área libre de defecto presente.

1.6 PROBLEMAS DE CORTE Y EMBALAJE (CUTTING AND PACKING PROBLEMS (C&P)).

En un problema de optimización, el objetivo es encontrar la mejor solución posible. Se ha de lograr un valor para las variables de decisión del problema de entre un conjunto finito de soluciones, de forma que satisfaciendo unas restricciones a las que están sujetas, se alcance un valor máximo o mínimo para una función objetivo definida.

El estudio de los problemas de corte y embalaje se encuentran entre los primeros abordados por la investigación operativa, ([Gilmore y Gomory, 1961](#)) y ([Gilmore y Gomory, 1963](#)). Los problemas de corte y embalaje se pueden modelizar en términos de programación matemática. En cuanto a su resolución y de acuerdo con la Teoría de la Complejidad Computacional la mayoría de ellos son del tipo NP-Completo, ([Garey y Johnson, 1979](#)). Es decir, si bien la verificación de una solución al problema puede efectuarse en tiempo polinomial (propiedad NP), muy probablemente en el caso de la resolución del problema no ocurra así ($NP\text{-Completo} \cap P = \emptyset$), y por tanto se trata de problemas de “difícil” solución.

Soluciones óptimas a problemas de corte con variables enteras únicamente se encuentran para tamaños muy pequeños y alejados de lo que es habitual en las decisiones reales de planificación industrial, así que los métodos basados en procedimientos de aproximación heurística son en muchos casos las técnicas empleadas para su resolución.



1.6.1 FORMULACIÓN GENERAL DE LOS PROBLEMAS DE CORTE.

[Carnieri et al. \(1994\)](#) presento un modelo genérico para este tipo de problema, que se muestra a continuación.

$$Max VT = \sum_k \sum_j V_k X_j^k \quad (1-18)$$

$$Sujeto a: \sum_k \sum_j a_{ij}^k X_j^k \geq d_i \quad i = 1, \dots, m \quad \sum_i X_j^k \leq N_k \quad k = 1, \dots, k \quad (1-19)$$

$$X_j^k \geq 0$$

Donde:

VT :	Valor total
V_k :	Valor asociado con el tipo de madera k
X_j^k :	El número de piezas de madera tipo k cortado con el patrón de corte j
d_i :	Cantidad pedida de partes de dimensión i
a_{ij}^k :	El número de partes de dimensión i obtenida de una pieza de madera tipo k seguida del patrón de corte j
N_k :	La cantidad de madera tipo k disponible en stock.

1.6.2 DESCRIPCIÓN DE LOS PROBLEMAS DE CORTE Y EMBALAJE.

En todos los problemas pertenecientes al corte y embalaje se identifica una estructura lógica común que consta de los siguientes elementos:

- Dos grupos de datos básicos cuyos elementos consisten en "figuras" geométricas definidas en una, dos, tres o incluso más dimensiones:
 - Un conjunto de piezas grandes que se ha dado en llamar objetos (*objects*), se encuentran disponibles en *stock* (*input*)
 - Un conjunto de piezas más pequeñas o ítems (*items*) con unas demandas que hay que satisfacer (*output*).

El problema consiste en obtener diferentes subconjuntos mediante la agrupación de todos o algunos de los ítems de forma que estos subconjuntos se asocien a todos o algunos de los objetos sin violar las condiciones geométricas (los ítems de un subconjunto deben estar contenidos dentro del objeto al que se asocian) de forma que se optimice una función objetivo dada. Una consideración a tener en cuenta es que dependiendo del tipo de problema, la solución puede utilizar/contener todos o algunos de los ítems y todos o algunos de los objetos, ([Dyckhoff, 1990](#)).



1.6.3 CLASIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS DE CORTE Y EMPAQUETADO.

[Dyckhoff \(1990\)](#) desarrollo una tipología que consiste en organizar los problemas en categorías homogéneas de acuerdo con un conjunto de criterios dados. Por otro lado debe ser capaz de suministrar una base consistente para un análisis estructural de cada uno de los tipos de problemas, y permitir tanto la definición de problemas estándar como el desarrollo de modelos y algoritmos e incluso generadores de instancias, de acuerdo con la estructura identificada, establece una clasificación basada en el uso de cuatro características:

- Dimensionalidad (*Dimensionality*): Número mínimo de dimensiones necesarias para describir el problema.
- Tipo de asignación entre ítems y objetos (*Kind of assignment*):
 - (B) Se asignan todos los objetos a una selección de ítems (*Beladeproblem*, en alemán)
 - (V) Se asignan todos los ítems a una selección de objetos (*Verladeproblem*, en alemán)
- Surtido de objetos grandes (*Assortment of large objects*)
 - (O) Un único gran objeto
 - (I) Muchos objetos, todos ellos iguales
 - (D) Diferentes objetos
- Surtido de ítems pequeños (*Assortment of small items*)
 - (F) Pocos ítems de diferentes dimensiones
 - (M) Muchos ítems de muchas dimensiones
 - (R) Muchos ítems de relativamente pocas dimensiones
 - (C) Muchos ítems todos iguales

Sin embargo, esta tipología fue reformulada por [Wäscher et al. \(2007\)](#) que proponen cinco criterios para la definición de cada clase de problemas. Aprovechan algunos de los utilizados en la primera categorización y revisan otros para salvar las inconsistencias de la clasificación anterior.

- **Dimensionalidad:** Número de mínimo de dimensiones necesarias para describir el problema (*Dimensionality*)
- **Tipo de asignación entre ítems y objetos** (*Kind of assignment*):

<ul style="list-style-type: none"> • Maximización del <i>output</i>: Todos los objetos se utilizan y por tanto la selección se realiza sobre los ítems, lo que persigue maximizar el valor de la asignación 	<ul style="list-style-type: none"> • Minimización del <i>input</i>: A diferencia del caso anterior, se debe elegir entre un conjunto de objetos sobre los que acomodar todos los ítems de forma que se
--	---



(equivale a la B de Dyckhoff)

minimicen las pérdidas (equivale a la V de Dyckhoff)

- **Surtido de objetos grandes** (*Assortment of large objects*)
 - Un único gran objeto
 - todas sus dimensiones fijas
 - una o más dimensiones variables
 - Muchos objetos (todas dimensiones fijas)
 - Idénticos
 - Surtido débilmente heterogéneo
 - Surtido fuertemente heterogéneo
- **Surtido de ítems pequeños** (*Assortment of small items*)
 - Todos idénticos
 - Surtido débilmente heterogéneo
 - Surtido fuertemente heterogéneo
- **Forma de los ítems pequeños**, sólo para problemas de más de dos dimensiones (Shape of the small items)
 - Forma regular
 - Forma irregular

1.6.4 OPTIMIZACIÓN COMBINATORIA.

Un problema de optimización combinatoria puede plantearse de la siguiente manera: dado un conjunto finito \mathcal{S} y una función $f: \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$ se desea encontrar el valor mínimo de f . La existencia de este mínimo (absoluto) es consecuencia directa de la finitud de \mathcal{S} . En la mayor parte de los casos interesará conocer, específicamente, el elemento $s \in \mathcal{S}$ en el cual se realiza el mínimo. Aclarado esto, aceptamos que una formulación general de un problema Π de optimización combinatoria es:

$$\Pi : \begin{cases} \text{mín } f(s) \\ s \in \mathcal{S} \end{cases} \quad (1-20)$$

Llamaremos a \mathcal{S} el conjunto de soluciones factibles, o conjunto de factibilidad de Π . Este planteamiento abarca gran cantidad de problemas, de muy diversa naturaleza. El modo de encarar su resolución dependerá de las características propias de cada problema, definidas por la estructura y el contenido del conjunto \mathcal{S} y de la función f .

La verdadera dificultad de los problemas de optimización combinatoria es, justamente, que el número de elementos del conjunto \mathcal{S} crece exponencialmente con el tamaño del problema. Un análisis exhaustivo de dichos elementos resulta, por lo tanto, impracticable, pues requeriría de años de procesamiento en un computador moderno. Se hace necesario, entonces, desarrollar algoritmos particulares que aprovechen la estructura propia de cada problema para alcanzar una solución.



Los Problemas de Cutting and Stock (CSP), siguen resultando intratables: pese a haber sido abordados desde diferentes enfoques no se ha logrado desarrollar algoritmos polinomiales que encuentren soluciones óptimas, ([Ojea, 2008](#)).

1.6.4.1 Resolución de los Problemas de Optimización Combinatoria.

➤ **Métodos Exactos.**

La resolución de problemas de optimización combinatoria (encontrar un procedimiento que permita encontrar la solución óptima) en la mayoría de los casos es una tarea difícil. La dificultad surge de hecho de que a diferencia de lo que ocurre en programación lineal, en el caso del problema combinatorio la región factible de soluciones no es con conjunto convexo. Así como en programación lineal se garantiza que cualquier solución local es un óptimo global, en el caso de la programación lineal entera un problema puede poseer muchos óptimos locales, lo que obliga a tener que demostrar mediante otro tipo de argumentos, diferentes de los utilizados en programación convexa, que una determinada solución es mejor que el resto. Hay un número considerable de enfoques utilizados para resolver problemas de programación lineal entera, los más significativos serían: enfoques enumerativos, técnicas de descomposición lagrangiana y algoritmos basados en planos de corte.

➤ **Heurísticas.**

Un método heurístico frente a uno exacto suministrará una solución al problema que se considerará buena aunque no necesariamente sea la óptima. A diferencia de los métodos exactos que proporcionan una solución óptima del problema. Algunos de los motivos que pueden justificar esta incorporación de las técnicas heurísticas a la resolución de problemas de optimización pueden ser: su flexibilidad a la hora de abordar aspectos de complicada modelización; su bajo costo computacional para implementarlas; la posibilidad de dar soluciones factibles en problemas en los que se desconoce un método exacto; que es capaz de suministrar buenas soluciones iniciales al problema que sirvan como entrada al desarrollo de otros procedimientos. Los procedimientos heurísticos exigen de una especialización elevada a la hora de establecer las especificaciones concretas de un problema. Esto los hace altamente dependientes del problema concreto al que se están aplicando y dificulta poder establecer una clasificación completa.

➤ **Metaheurísticas.**

Las metaheurísticas están diseñadas para hacer frente a problemas complejos de optimización, donde otros métodos de optimización no han podido ser eficaces o eficientes. Estas



técnicas han llegado a ser reconocidas como uno de los mejores enfoques para resolver muchos problemas complejos como es el caso en la mayoría de los problemas reales de tipo combinatorio. La principal ventaja de las metaheurísticas radica tanto en su eficacia como en su aplicabilidad general. Originalmente, se desarrollaban complejas heurísticas muy específicas para resolver un determinado problema de optimización combinatoria, y esta especialización no siempre permitía su extrapolación a otro tipo diferente de problemas, ([Gracia, 2007](#)).

1.7 OPTIMIZACIÓN DE PRODUCCIÓN DE MADERA ASERRADA

En la década de 1960 los modelos de asignación óptima de madera se establecían por un modelo de programación lineal. Las actividades en estos modelos representaban los posibles patrones de corte por lo que estos tuvieron que ser predefinidos. Por ejemplo, Tsolakides (1969) citado por [Geerts \(1984\)](#) reconstruye una troza como un cilindro recto y desarrolla una técnica computacional digital analítica para estudiar los efectos de los patrones alternativos de aserrado. Pnevmaticos y Mann (1972) citado por [Maness y Adams \(1991\)](#) mostraron cómo la programación dinámica se puede utilizar para determinar el patrón óptimo en la sección transversal en trozas de menor longitud. Este algoritmo de optimización transversal fue una aplicación de tal importancia que fue adoptado en la conversión óptima de trozas en madera aserrada.

En términos matemáticos, determinar los patrones óptimos de aserrado, es un problema de Cutting and Stock en dos o más dimensiones. [Gilmore y Gomory \(1963\)](#) reportan un algoritmo knapsack de programación lineal entera, sin embargo, no arrojó buenos patrones de corte dada la imposibilidad de ubicar los elementos rectangulares pequeños. Christofides y Whitlock (1977) citado por [Geerts \(1984\)](#) diseñaron un árbol en búsqueda de algoritmos para las piezas rectangulares pequeñas. Sin embargo, no muestran una investigación adicional para validar este tipo de algoritmo, o combinaciones de algoritmos, para ser aplicado para la optimización del patrón de corte en trozas de una forma irregular.

[Geerts \(1984\)](#) informó una solución matemática para un problema de corte de dos dimensiones en un espacio irregular que podría extenderse a una tercera dimensión. En su implementación computacional el algoritmo utiliza la información comercial (dimensiones y precios de las diferentes calidades de maderas) de los pedidos de madera requeridos para optimizar el patrón de aserrado para una troza especificada con un cilindro central defectuoso definido. El tiempo de ejecución en un único procesador es extenso, en la implementación en línea para lograr tiempos industriales razonables se requiere un multiprocesador, para el algoritmo de programación dinámica.

[Maness y Adams \(1991\)](#) muestran un modelo de programación lineal que tiene como núcleo el trozado y las políticas de aserrado para maximizar el beneficio dado una distribución de la entrada de



materia prima. La salida del producto está supeditado por las relaciones precio-volumen que simulan las curvas de demanda de productos. El modelo utiliza tres soluciones de etapas iterativas hasta alcanzar bases idénticas de solución. Se hace notar, que la optimalidad no se puede lograr usando programación dinámica separada de los factores que controlan el proceso. En tanto, [Thawornwong et al. \(2003\)](#) utilizaron algoritmos heurísticos para optimizar las pautas de aserrado.

1.8 MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA OPTIMIZACIÓN DE PRODUCCIÓN DE MADERA ASERRADA.

Como ejemplo de modelos y técnicas propuesto para resolver problemas con respecto a la industria de aserrado, se encuentra la asignación óptima de piezas a trozas. Esto se hace mediante la combinación de programación lineal-dinámica y usando la descomposición Dantzig-Wolfe y el algoritmo de generación de columnas. Esto permite desagregar el problema, donde la formulación lineal determina la estrategia de corta óptima apoyada por la programación dinámica en la generación de planes factibles de corte, ([Mcphalen, 1978](#)).

[Faaland y Briggs \(1984\)](#) evaluaron la secuencia de producción de volteo y transformación en aserrío, para lo cual formularon un modelo dinámico en donde los criterios de decisión de corta produjeron una secuencia de etapas o subproblemas a resolver. Asimismo, [Todoroki y Rönnqvist \(1999\)](#), plantearon según los principios de la programación dinámica dos modelos de recurrencia que maximizan el valor de la producción, con base en el escaneo de las trozas y la maximización del valor de esta, en función de la asignación eficiente de productos con la precaución de evitar posibles defectos presentes en la troza en cuanto al ancho y al largo.

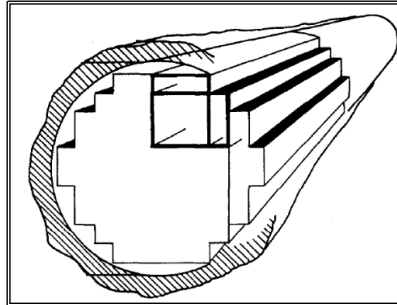
[Novak \(2007\)](#), tal como [Mcphalen \(1978\)](#), apoya su formulación bajo dos módulos complementarios. El primero se encarga de generar los posibles patrones de corte por clase diamétrica mediante una formulación recurrente. Los resultados conforman el conjunto inicial de solución en un algoritmo de generación de columnas que constituye la herramienta del segundo módulo de solución del modelo propuesto.

[Carnieri y Mendoza \(2000\)](#) plantearon una formulación fraccional con base en los postulados de Gilmore y Gomory (knapsack problem) y generaron diferentes escenarios de validación, como flexibilidad de la demanda y la variación en el tiempo.

[Reinders \(1992\)](#), propone una resolución integral de la cadena de producción en tres niveles: trozado, basas y tablas. La determinación del patrón de corte óptimo, se lleva a cabo, por medio de un



problema de knapsack de dos dimensiones, que arroja rectángulos proyectados en el eje Z en la sección transversal menor de la troza, (Figura 1-11).



Fuente: Reinders, 1992

Figura 1-11. Proyección de patrón de corte.

Por otro lado, [Caballero et al. \(2009\)](#) establecieron un modelo multiagentes, en donde cada agente u objetivo representa un proceso productivo y estos agentes están relacionados entre sí. Con el fin de maximizar el beneficio económico y reducir el tiempo de producción en la asignación eficiente de productos a trozas, los autores evaluaron objetivos de producción de: utilización de materia prima, factor de aprovechamiento por patrones de corte utilizados e inventario no demandado generado.

[Maturana et al. \(2010\)](#), evaluaron la programación de la producción maderera obtenida de un modelo exacto, frente a la alcanzada por la implementación de técnicas heurísticas. Además, examinaron los requerimientos computacionales en la generación de la solución y la desviación entre el óptimo y los factibles generados en la heurística. Con el objetivo de generar planes de corte [Zanjani et al. \(2010\)](#), agregaron al problema de corte parámetros de planeación como periodos de producción e indicadores de cumplimiento como nivel de servicio, de esta manera tenían en cuenta la incertidumbre en la demanda y la obtención de materia prima. Para cumplir el objetivo en la minimización de stock generado por incumplimiento de producción y desperdicios, los autores plantearon dos modelos basados en optimización robusta bajo diferentes escenarios de producción.

La integración de técnicas de optimización y simulación ha generado buenos resultados; en ese sentido, mediante la generación de matrices de valor por árbol individual, [Gaudreault et al. \(2010\)](#) desarrollaron un sistema de optimización de trozado en función del valor del producto, lo cual permite satisfacer la demanda de los aserraderos. El estudio se fundamentó en la simulación del suministro y la producción. [Mendoza et al. \(1991\)](#) proponen un modelo de inventario que sirve como base para una herramienta de simulación, que permita la planificación de la producción integrada, además genera sistemas de control de producción de los aserraderos; este sistema permite la actualización constante de las existencias y la demanda. [Quintero y Rosso \(2001\)](#) generaron un simulador de diagramas de corte

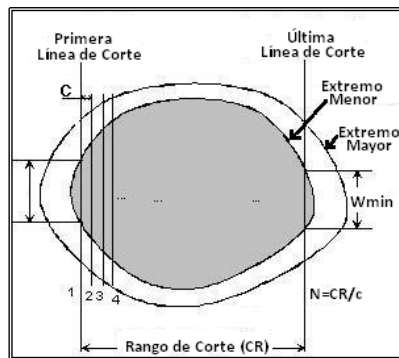


basados en las características de la troza (forma, defectos, especie). También plantearon un modelo de inventario de trozas y tipo de maquinaria utilizada en el proceso de transformación.

[Herrera y Leal \(2012\)](#), proponen una metodología para la generación de patrones de corte, minimizando los niveles de desperdicios, utilizando un modelo de programación lineal que proporciona patrones de corte factibles para las diferentes clases diamétricas, posteriormente se plantea la utilización de un modelo fraccional, el cual asigna de manera eficiente los planes obtenidos.

1.8.1 ASERRADO UNIFORME.

Las variables usadas en la formalización del aserrado uniforme son definidas como se muestran en la proyección de una troza cilíndrica (Figura 1-12) sobre el plano XY . El límite exterior casi elíptico denota la proyección del diámetro de la sección transversal mayor de la troza en el plano XY , mientras que la demarcación interior semi-elíptica indica la proyección del diámetro de la sección transversal menor de la troza en el plano XY , ([Bhandarkar et al. 2008](#)).



Fuente: Bhandarkar et al. 2008

Figura 1-12. Rango de corte y planos de corte para aserrado uniforme.

$T = \{T_1, T_2, \dots, T_t\}$:	Es un conjunto finito de espesores de las piezas de madera demandas.(mm)
t_{min} :	Es el mínimo espesor de los elementos en T
$W = \{W_1, W_2, \dots, W_w\}$:	Es un conjunto finito de anchos de las piezas de madera demandas.(mm)
c :	Resolución del plano de corte (mm) (separación mínima entre dos planos de corte sucesivos)
K :	Kerf, denota el espesor finito de la sierra (mm)
CR :	Rango de Corte (mm)
$N = \left\lceil \frac{CR}{c} \right\rceil$:	Número de posibles planos de corte que pueden ser dispuestos en el rango de corte.
θ :	Orientación inicial del plano de corte, medida en el plano XY . El valor de $\theta \in [0^\circ, 180^\circ]$

Asumiendo que los valores de los espesores de las piezas de madera demandas T_i y la resolución del plano de corte c , son enteros. El rango de corte y otros parámetros importantes de la superficie de corte, son definidos como sigue:



➤ **Determinación del Rango de Corte.**

Dada la orientación inicial θ del plano de corte, se determina el rango de corte de la troza, una pieza es válida, si su ancho mínimo es W_{min} . Por lo tanto, el rango de corte se determina mediante la búsqueda inicial y final de la localización de los planos de corte que se traduce en una pieza con un ancho válido.

Dado que el límite exterior de la sección transversal menor es conocido, el rango de corte para una orientación dada del plano de corte, puede ser determinado por análisis desde el límite exterior hacia el centroide de la sección transversal, desde dos extremos opuestos. Un par de planos de corte en este rango producen una pieza de madera con un ancho válido y espesores predefinidos. Simplificando el análisis, se asume que las posibles posiciones de los planos de corte son pasos discretos de c mm. El valor de c es asumido como un entero, considerando 1 mm. un valor razonable para c . En tanto, $N = \left\lceil \frac{CR}{c} \right\rceil$ representa el número de posibles planos de corte que pueden ser situados en el rango de corte. Los posibles planos de corte son numerados como $1, 2, \dots, N$. Se puede denotar que el primer plano de corte debe ser uno de los planos de corte entre 1 y $\left\lceil \frac{t_{min}}{c} \right\rceil$, mientras que el último plano de corte debe estar entre $N - \frac{t_{min}}{c}$ y N , ([Bhandarkar et al. 2008](#)).

1.8.1.1 Modelo Matemático para Aserrado Uniforme Óptimo

Las entradas para el algoritmo de determinación de corte uniforme óptimo incluye: orientación del corte (θ), espesores de las piezas demandadas (T), anchos de las piezas demandadas (W), valor económico de la troza y datos de la troza que incluyen: parámetros externos e internos, como tipos, tamaños, posiciones y orientaciones de los defectos. El modelo matemático para el aserrado uniforme óptimo puede ser representado por la siguiente función objetivo:

$$F_{uniforme}(troza) = [\theta^*(troza), S^*(\theta^*), V(S^*)] \tag{1-21}$$

Donde:

$\theta^*(troza)$:	Es la orientación de aserrado óptima para una troza dada.
$S^*(\theta^*)$:	Es el patrón de corte óptimo (determinado por la localización de los planos de corte), correspondiente a la orientación de aserrado óptima $\theta^*(troza)$.
$V(S^*)$:	Es el valor máximo de las piezas resultantes del patrón de corte óptimo $S^*(\theta^*)$, asociado con la orientación de aserrado $\theta^*(troza)$.

Para un valor dado de θ , el rango de corte $CR(\theta)$ puede ser determinado como se discutió anteriormente. Sea $C(\theta) = \{1, 2, \dots, N\}$ un conjunto finito de todas las posibles posiciones de los planos de corte. $S^*(\theta)$ es el patrón de corte óptimo para una orientación de corte θ dada. $V(S(\theta))$ es el valor de



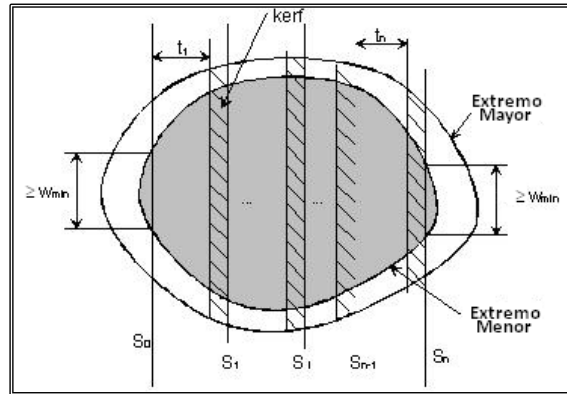
la madera resultante para un patrón de corte $\mathcal{S}(\theta)$ dado. Un patrón de corte $\mathcal{S}(\theta) = \{s_0, s_1, \dots, s_n\}$ es un subconjunto de $\mathcal{C}(\theta)$ que satisface las siguientes restricciones: (Lin *et al.* 2010)

$$\left(s_i - s_{i-1} - \left\lceil \frac{K}{c} \right\rceil\right) \times c \in T, \quad \forall \quad i \geq 1; i \leq n \quad (1-22)$$

$$1 \leq s_0 \leq \left\lceil \frac{t_{min}}{c} \right\rceil \quad (1-23)$$

$$N - \left\lceil \frac{t_{min}}{c} \right\rceil \leq s_n \leq N \quad (1-24)$$

Un patrón de corte $\mathcal{S}(\theta)$ que satisface las restricciones (1-22) a (1-24) es considerado como un posible patrón de corte para la troza. (Figura 1-13).



Fuente: Lin *et al.* 2010

Figura 1-13. Una posible solución para el aserrado uniforme.

Suponiendo que la madera generada por los planos de corte s_i y s_{i-1} es de valor v_i . Sea $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ un n -vector que describe los valores de las piezas generadas para la secuencia de planes de corte $\mathcal{S}(\theta) = \{s_0, s_1, \dots, s_n\}$. Para $\mathcal{S}(\theta) \subset \mathcal{C}(\theta)$ define $\mathbf{V}(\mathcal{S}(\theta)) = \sum_{j \in \mathcal{S}(\theta)} v_j$ es el valor total de la madera asociado con el patrón de corte $\mathcal{S}(\theta)$.

En la práctica, la ecuación (1-22) está relajada para forzar una superficie de madera que contiene un grupo de defectos, que reducen el valor de la madera aserrada, por tanto, esta expresión se enuncia en el siguiente par de limitaciones:

$$\left(s_i - s_{i-1} - \left\lceil \frac{K}{c} \right\rceil\right) \times c \in T, \quad \forall \quad i \geq 1; i \leq n \quad (1-25)$$

o

$$\left(s_i - s_{i-1} - \left\lceil \frac{K}{c} \right\rceil\right) \times c < t_{min} \quad (1-26)$$



Por lo tanto, cuando las ecuaciones (1-25) y (1-26) se satisfacen, una porción de la madera entre las superficies de corte s_i y s_{i-1} se omite del producto final de madera para no disminuir su valor. Supongamos $\zeta(\theta)$ es una colección del subconjunto de $\mathcal{C}(\theta)$ en el que cada subconjunto satisface las limitaciones de corte de las restricciones anteriores. Entonces el problema para determinar el patrón de corte óptimo corresponde a uno de optimización combinatoria dado por:

$$S^*(\theta) = \arg(\max\{v(S(\theta)): S(\theta) \in \zeta(\theta)\}) \quad (1-27)$$

Este problema de optimización combinatoria puede ser fácilmente resuelto usando un algoritmo de programación dinámica, (Lin *et al.* 2011).

1.8.1.2 Algoritmo de Programación Dinámica

La función $s^*(i)$ es definida como un patrón de corte óptimo para la porción de la troza entre los planos de corte $\mathbf{1}$ y \mathbf{i} , siendo $v^*(i)$ el valor óptimo correspondiente de la madera producida. Si $g(i, j)$ es el valor de la madera para los planos i hasta j . Es evidente que, $v^*(i) \geq v^*(i-1)$ y $v^*(k) = \mathbf{0}$, $s^*(k) = \emptyset$ (donde \emptyset es el conjunto vacío) $\forall k < \frac{T_{min}}{c}$. Cuando los valores de $v^*(k)$ y $s^*(k) \forall k \leq i$ son conocidos, entonces:

$$v^*(i+1) = \max_{j \in [0, i]} \left(\left(v^* \left(i+1 - \frac{T_j}{c} - \left\lfloor \frac{K}{c} \right\rfloor \right) + g \left(i+1 - \frac{T_j}{c}, i+1 \right) \right) \right) \quad (1-28)$$

Donde:

$\left\lfloor \frac{K}{c} \right\rfloor$:	Corresponde a la ranura de corte (kerf), siendo el mínimo espacio entre dos superficies de corte.
--	---

Nótese que $T_0 = \mathbf{0}$ cuando $j = \mathbf{0}$, esto significa que cuando $j = \mathbf{0}$, la pieza adicional definida por las superficies de aserrado $(i, i+1)$ no incrementa el valor máximo fuera del punto $i+1$ para la madera generada. Así, esta etapa es simplemente ignorada, pero puede ser examinada posteriormente en el proceso de optimización. La relajación de la restricción (1-22) a la (1-25) o (1-26) hace que sea posible descartar una parte de la madera que contiene demasiados defectos. La ecuación (1-28) en conjunción con las restricciones (1-23), (1-24) o bien la restricción (1-25) o (1-26) arroja como resultado el algoritmo estándar de programación dinámica. Supongamos j^* resulta en el valor óptimo de $v^*(i+1)$, entonces:

$$s^*(i+1) = s^* \left(i+1 - \frac{T_{j^*}}{c} - \frac{K}{c^*} \right) \cup \left\{ i+1 - \frac{T_{j^*}}{c^*} \right\} \quad (1-29)$$

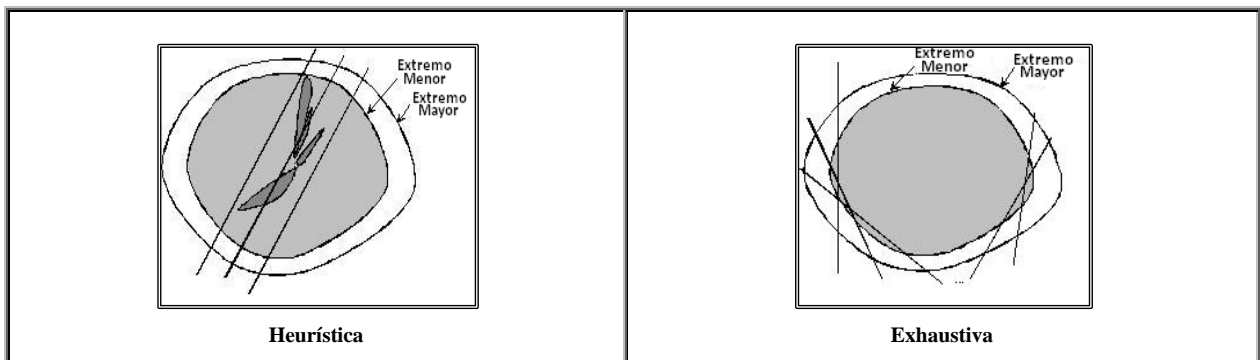
En resumen, el algoritmo de programación dinámica, primero genera los valores iniciales $v^*(k)$ para $k \leq \frac{T_{min}}{c}$, donde $v^*(k) = \mathbf{0}$, $s^*(k) = \emptyset$ para $k < \frac{T_{min}}{c}$ y $v^*(k) = g(l, k)$, $s^*(k) = \{k\}$ para $k < \frac{T_{min}}{c}$.



Posteriormente, para cada $i > \frac{T_{min}}{c}$, las ecuaciones (1-28) y (1-29) se utilizan iterativamente para actualizar $v^*(i)$ y $s^*(i)$ para todos los valores de i . Finalmente $s^*(N)$ y $v^*(N)$ corresponden a $S^*(\theta)$ y $V(S^*(\theta))$ en la función objetivo $F_{uniforme}$ para un valor dado θ de la orientación de corte, (Bhandarkar et al. 2008).

1.8.1.3 Algoritmo Aserrado Uniforme

En la sección previa, un algoritmo de programación dinámica fue presentado para determinar $S^*(\theta)$ y $V^*(\theta)$ para un valor dado θ de la orientación de corte. Sin embargo, para optimizar la función objetivo $F_{uniforme}(troza)$, la orientación de corte óptimo θ^* necesita ser determinada. Una razonable heurística es examinar los principales ejes de todos los diversos defectos internos de la troza y si los defectos internos comparten un eje principal (dentro de un umbral de error predefinido), entonces la orientación de aserrado se elige a lo largo del eje principal común. Esta heurística tiende a congregar los defectos superficiales en algunas superficies de madera aserrada. Alternativamente, se puede realizar una búsqueda exhaustiva de θ^* en $[0^\circ, 180^\circ]$ con pasos discretos, donde la magnitud de los pasos corresponde a la resolución angular de la sierra (típicamente de 2° o 4°) como se muestra en la Figura 1-14.



Fuente: Bhandarkar et al. 2008

Figura 1-14. Selección de orientación de corte.

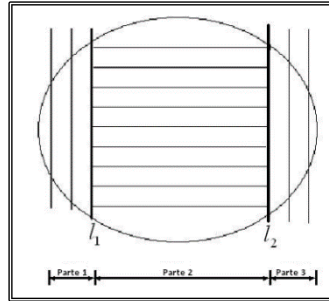
El método de búsqueda exhaustiva para optimizar la función objetivo $F_{uniforme}(troza) = [\theta^*(troza), S^*(\theta^*), V(S^*)]$ puede ser resumido como:

1. Para cada orientación de corte $\theta \in [0^\circ, 180^\circ]$
 - a. Determinar el rango de corte (CR) siendo $N = \left\lceil \frac{CR}{c} \right\rceil$
 - b. Ejecutar el algoritmo de programación dinámica para determinar el patrón de corte óptimo $S^*(\theta)$ y el correspondiente valor de la madera generada $V(S^*)$.
2. Determinar la orientación de corte óptima θ^* de tal manera que $V(S^*(\theta^*))$ sea maximizada, obteniendo como salidas: θ^* , $S(\theta^*)$ y $V(S^*)$, (Bhandarkar et al. 2008).



1.8.2 ASERRADO PRISMÁTICO

El algoritmo de aserrado prismático está basado en el de aserrado uniforme. El aserrado prismático descompone una troza en tres partes a lo largo de la orientación inicial de aserrado, (Figura 1-15).



Fuente: Bhandarkar et al. 2008

Figura 1-15. Aserrado prismático.

Las partes 1 y 3, los laterales de la sección transversal de la troza, están sujetas a un aserrado uniforme a lo largo de la orientación inicial de aserrado, mientras que la porción 3 en el centro de la troza está sujeta al aserrado uniforme con planos de aserrado ortogonales a la orientación inicial de aserrado. Por lo tanto, para determinar la mejor orientación inicial de aserrado, las posiciones óptimas de los dos planos de descomposición, denotados por l_1 y l_2 en la Figura 1-15 deben ser determinados con el fin optar por una estrategia óptima de aserrado prismático.

La función objetivo para el aserrado prismático puede ser expresado como:

$$F_{prismático}(troza) = (\theta^*(troza), L_1^*(\theta^*), L_2^*(L_1^*), V(L_1^*, L_2^*), S_1^*(L_1^*), S_2^*(L_1^*, L_2^*), S_3^*(L_2^*)) \quad (1-30)$$

En este caso, los objetivos son:

1. Determinar la orientación óptima de aserrado (θ^*)
2. Determinar las ubicaciones de los planes de corte L_1^* y L_2^* para esta orientación.
3. Determinar el valor óptimo correspondiente de la madera generada $V(L_1^*, L_2^*)$ y el patrón de corte $S_1^*(L_1^*)$, $S_2^*(L_1^*, L_2^*)$ y $S_3^*(L_2^*)$ para las partes 1, 2 y 3 de la troza respectiva. Nótese que para un valor dado de L_1 , un valor óptimo para L_2 se puede determinar, por lo que L_2 es directamente dependiente de L_1

Como en el caso del aserrado uniforme, dada una orientación inicial (θ), el rango de corte (CR) y el número máximo de planos de corte ($N = \left\lceil \frac{CR}{c} \right\rceil$) pueden ser determinados. Las variables l_1 y l_2 son usadas para definir las ubicaciones de los planes de corte l_1 y l_2 , respectivamente, donde $0 \leq l_1 < l_2 < N$ (Figura 1-15). Cuando los valores de l_1 y l_2 son determinados, el procedimiento óptimo de para las



partes 1, 2 y 3 pueden ser determinadas usando el algoritmo de aserrado uniforme descrito anteriormente. El algoritmo de aserrado uniforme óptimo es aplicado a las porciones 1, 2 y 3 de la troza con las orientaciones θ , $90 - \theta$ y θ , respectivamente. Nótese que para las partes 1 y 3 de la troza, no requieren calcular el rango de corte (CR), ya que $N_1 = l_1$ y $N_3 = N - l_2$, respectivamente. Sin embargo, para la parte 2, cada parámetro debe ser recalculado.

Para una troza dada, un algoritmo de búsqueda exhaustiva puede ser usado para determinar el valor óptimo de θ , l_1 y l_2 es:

1. Para cada orientación de corte $\theta \in [0^\circ, 180^\circ]$.
 - a. Determinar el rango de corte (CR) y el número máximo de planos de corte ($N = \lfloor \frac{CR}{c} \rfloor$).
 - b. Para cada $l_1 \in [0, N]$.
 - i. Ejecutar el algoritmo de programación dinámica en la parte 1 y determinar $V_1^*(l_1), S_1^*(l_1)$.
 - ii. Para cada valor de $l_2 \geq (l_1 + \frac{2K}{c} + \frac{W_{min}}{c})$.
 - A. Ejecutar el algoritmo de programación dinámica en la parte 2 y determinar $V_3^*(l_2), S_3^*(l_2)$.
 - B. Determinar el rango de corte CR_2 para la parte 2 y el correspondiente valor N_2 .
 - C. Ejecutar el algoritmo de programación dinámica en la parte 2 y determinar $V_2^*(l_1, l_2), S_2^*(l_1, l_2)$.
 - iii. Determinar el valor óptimo l_2^* de tal manera que $V_2^*(l_1, l_2^*) + V_3^*(l_2^*)$ sean maximizadas. Obteniendo como salida: $V_2^*(l_1, l_2^*), S_2^*(l_1, l_2^*)$ y $V_3^*(l_2^*), S_3^*(l_2^*)$.
 - c. Determinar el valor óptimo l_1^* de tal manera que $V_1^*(l_1^*) + V_2^*(l_1^*, l_2^*) + V_3^*(l_2^*)$ sean maximizadas. Obteniendo como salida: $V_1^*(l_1^*), S_1^*(l_1^*), V_2^*(l_1^*, l_2^*), S_2^*(l_1^*, l_2^*)$ y $V_3^*(l_2^*), S_3^*(l_2^*)$.
2. Determinar la orientación óptima de corte θ^* , de tal manera que $L_1^* = L_1^*(\theta^*)$ y $V_1^*(l_1^*) + V_2^*(l_1^*, l_2^*) + V_3^*(l_2^*)$ sean maximizadas. Obteniendo como salida: $\theta^*, L_1^*(\theta^*), L_2^*(l_1^*), V_1^*(l_1^*), S_1^*(l_1^*), V_2^*(l_1^*, l_2^*), S_2^*(l_1^*, l_2^*)$ y $V_3^*(l_2^*), S_3^*(l_2^*)$.

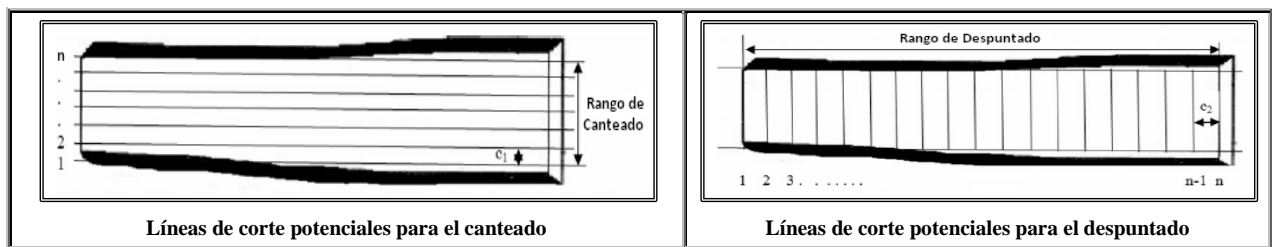
Téngase en cuenta que $l_2 = l_1 + \frac{2K}{c} + \frac{W_{min}}{c}$, porque el ancho de la parte 2 de la troza debe ser mayor que W_{min} . Sin embargo, una instancia especial de aserrado prismático es en $l_2 = l_1$ (es decir, la parte 2 es inexistente) en tal caso, el aserrado prismático es equivalente al aserrado uniforme.



Cuando θ es conocido, $s^*(l_1), v^*(l_1)$ y $s^*(l_2), v^*(l_2)$ pueden ser pre-calculados utilizando el algoritmo de programación dinámica y almacenando todos los posibles valores de l_1 y l_2 . En este caso, el paso i. y el paso A. no necesitan ejecutarse en cada iteración. Sin embargo, en el caso de la parte 2, para cada par (l_1, l_2) , $S_2^*(l_1, l_2)$ y $V_2^*(l_1, l_2)$ necesitan ser recalculados, (Bhandarkar et al. 2008).

1.8.3 SIMULACIÓN DE CANTEADO Y DESPUNTADO

Similar a las líneas de corte de simulación de aserrado primario en cada cara de aserrado, las posiciones de todas las líneas potenciales de canteado y despuntado son pre-definidas en la división de una parte lateral en niveles equidistantes en dirección horizontal y vertical, respectivamente, (Figura 1-16).



Fuente: Lin y Wang, 2012

Figura 1-16. Líneas de corte potenciales para el canteado y despuntado.

Esto permite que el problema de canteado y/o despuntado puede ser formulado como un conjunto de problemas de embalaje con el objetivo de maximizar el valor total de la madera aserrada. La relación recursiva para la simulación del canteo o despuntado del lateral se puede expresar como:

$$\begin{cases} v(j) = \max\{v(i) + g(i, j)\} \\ v(l) = \max\{v(k) + g(k, l)\} \end{cases} \quad (1-31)$$

Donde:

i y j :	Son posibles posiciones de las líneas de canteado dentro del rango de canteado ($1 \leq i \leq j \leq N_e$), N_e es el total potencial de líneas de canteado entre los límites inferior y superior del lateral.
k y l :	Son posibles posiciones de línea de despuntado en el rango de despuntado ($1 \leq k \leq l \leq N_t$), N_t es el total potencial de líneas de despuntado entre los límites izquierdo y derecho del lateral.
$g(\{i, j\})$:	Es el valor del lateral canteado en las líneas de canteado i y j
$g(\{k, l\})$:	Es el valor del lateral despuntado en las líneas de despuntado k y l
$v(i), v(j)$:	Son porciones del valor óptimo del lateral canteado desde el límite inferior de las líneas de canteado i y j , respectivamente
$v(i), v(j)$:	Son porciones del valor óptimo del lateral despuntado desde el límite izquierdo de las líneas de despuntado k y l , respectivamente

Dado el ancho y largo de la madera aserrada, el ancho de la ranura de corte (Kerf), y la resolución de la simulación de canteado y despuntado, las ecuaciones recursivas matemáticas para la simulación del canteado o despuntado del lateral, pueden denotarse como:



Solo para Canteado

$$v^*(i+1) = \max_{k \in [1, m]} \left(\left(v^* \left(i+1 - \left\lfloor \frac{W_k}{c_1} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{K}{c_1} \right\rfloor \right) + g \left(i+1 - \left\lfloor \frac{W_k}{c_1} \right\rfloor, i+1 \right) \right) \right) \quad (1-32)$$

Solo para Despuntado

$$v^*(i+1) = \max_{l \in [1, n]} \left(\left(v^* \left(i+1 - \left\lfloor \frac{L_l}{c_2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{K}{c_2} \right\rfloor \right) + g \left(i+1 - \left\lfloor \frac{L_l}{c_2} \right\rfloor, i+1 \right) \right) \right)$$

Para integrar canteado y despuntado, sea $g(\{i, j, k, l\})$ el valor de la madera aserrada entre las líneas de canteado i y j , y las líneas de despuntado k y l , $v^*(\{i, j\})$ es el valor óptimo las líneas de canteado desde 1 a j y las líneas de despuntado desde 1 a j . El problema integrado de canteado y despuntado del lateral se puede formular de la siguiente manera:

$$v^*(i+1, j+1) = \max_{k \in [1, m]} \left(\max_{l \in [1, n]} \left(\left(v^* \left(i+1 - \left\lfloor \frac{W_k}{c_1} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{K}{c_1} \right\rfloor, j+1 - \left\lfloor \frac{L_l}{c_2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{K}{c_2} \right\rfloor \right) + g \left(i+1 - \left\lfloor \frac{W_k}{c_1} \right\rfloor, i+1, j+1 - \left\lfloor \frac{L_l}{c_2} \right\rfloor, j+1 \right) \right) \right) \right) \quad (1-33)$$

Donde:

$W_k = \{W_1, W_2, \dots, W_m\}$:	Es el conjunto demandado de anchos de madera aserrada.
$L_l = \{L_1, L_2, \dots, L_n\}$:	Es el conjunto demandado de largos de madera aserrada.
c_1 y c_2 :	Son los intervalos de canteado y despuntado, respectivamente.
K :	Es la ranura de corte de aserrado (Kerf)

El ancho y longitud mínima puede ser de 76 mm y 1,22 metros, respectivamente. Se permite cualquier ancho y longitud de la madera que sea igual al múltiplo del respectivo intervalo de canteado y despuntado, ([Lin y Wang, 2012](#)).

1.8.4 REASERRADO DE BASA CENTRAL

Si se produce la simulación del reaserrado de la basa central, las tablas generadas desde la basa central se enviarán al componente de optimización de canteado y despuntado para obtener el valor óptimo de la madera aserrada. Al igual que en el caso de la simulación de aserrado uniforme de troza, un algoritmo de programación dinámica similar se puede utilizar para representar el reaserrado de la basa central. La basa central final se divide en posibles líneas equidistantes de corte en sentido horizontal o vertical, el patrón final de aserrado simulado será el que se obtiene el valor total más alto de la madera aserrada, ([Lin et al. 2011](#)).



1.9 HIPÓTESIS DE TRABAJO.

Es posible encontrar un método que tienda a maximizar rendimiento volumétrico y económico, basado en los pedidos requeridos, en trozas podadas de *Pinus radiata* D. Don reconstruidas tridimensionalmente.

1.10 OBJETIVOS.

1.10.1 OBJETIVO GENERAL.

- Desarrollar un método eficiente en tiempo y rendimiento que permita aumentar el aprovechamiento volumétrico y utilidad neta de los aserraderos que procesan trozas podadas de *Pinus radiata* D. Don.

1.10.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

- Hallar un modelo matemático que tienda a optimizar los cortes de la materia prima considerando aprovechamiento de las trozas y calidad de la madera aserrada.
- Conseguir que el modelo arroje datos resultantes que se visualicen gráficamente en trozas reconstruidas en 3D.
- Validar el modelo mediante diseño de experimento y comparar las soluciones obtenidas, en términos de aprovechamiento de la troza y calidad de la madera aserrada.



C A P I T U L O I I

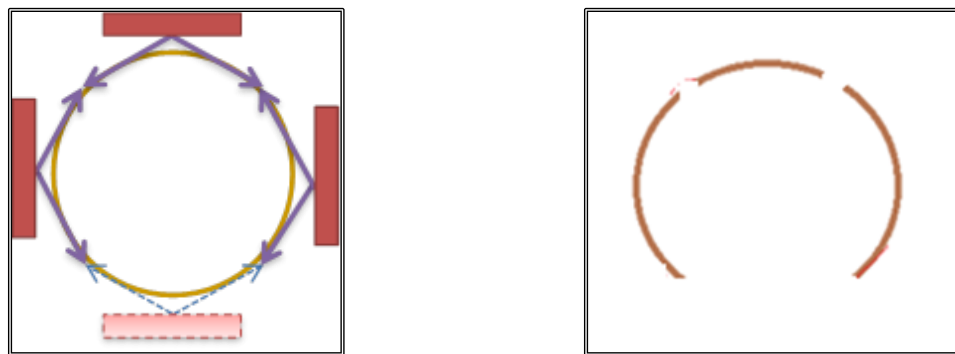
2 PLANTEAMIENTO DEL MODELO

2.1 RECONSTRUCCIÓN DE LA TROZA

En primera instancia se hace necesario definir:

- **Sección, Rebanada o Slice.** Divisiones longitudinales de la troza, por defecto se realizan cada 10 cm (0,1m).
- **Perfil Bruto (raw).** Es el grupo de puntos adquiridos por el scanner, no posee ningún tipo de tratamiento, son puntos en el espacio que corresponden a la superficie externa (manto) de la troza.
- **Perfil Elipse.** Grupo de puntos que conforman una elipse que mejor se ajusta a la forma del manto de la troza.
- **Perfil Polar.** Puntos basados sobre un modelo de elipse y ajustados al manto de la troza.
- **Centroides.** Corresponde al punto de centro de gravedad de la sección transversal.

La troza, mientras se desplaza por la cadena transportadora, es escaneada por tres *scanners* de forma longitudinal, cada uno de estos *scanner* obtiene un arco de la circunferencia como se muestra en la Figura 2-1, con el propósito de captar el máximo de la superficie externa de la troza, sin embargo, en la parte inferior la cadena transportadora impide obtener la información.



Fuente: Elaboración Propia

Figura 2-1. Disposición de scanner industrial.

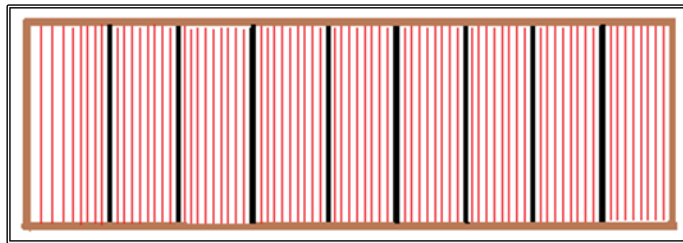
Cada uno de estos arcos está formado por un número variable de puntos coordenados en dos dimensiones (2D), que generalmente son alrededor de 90 puntos. Posteriormente, estos perfiles son agrupados por rangos o intervalos, que son almacenados de forma separada en una variable, dentro de una



clase, formando secciones transversales que se encuentran distanciadas a 0,1 metros. Luego, los datos son filtrados obteniendo toda la gama de puntos en 2D que están dentro del intervalo, para conformar otra variable, que cuenta con alrededor de 2500 puntos, dentro de una sección.

Consecutivamente, con estos puntos tratados, se calcula la elipse que tiene mayor ajuste para todos estos puntos, consiguiendo el modelo de la elipse, que es ajustado a los puntos reales de la medición para obtener el modelo denominado polar.

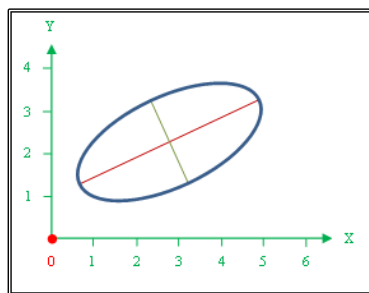
En la Figura 2-2 se observa en rojo cada arco, siendo desde el inicio hasta el límite con la línea negra los que conforman la primera sección, que se posiciona en el comienzo del intervalo.



Fuente: Elaboración Propia

Figura 2-2. Diagrama de captura de secciones de la troza.

Internamente, existen tres perfiles de puntos: los brutos desde el *scanner*, los que conforman el modelo de la elipse (Figura 2-3) y los polares que se basan en la elipse, pero, se ajustan a los puntos brutos del manto. El modelo de la elipse y polar, se calculan en coordenadas polares, aunque para ser graficados son traspasados a coordenadas rectangulares, por tanto, por medio del modelo cuadrático se consiguen los siguientes parámetros: radio máximo y mínimo, ángulo entre el diámetro mayor y el eje *X*, centroide en el eje *X* y eje *Y*, con lo que es posible determinar la elipse por medio de las ecuaciones (2-1) y (2-2).



Fuente: Elaboración Propia.

Figura 2-3. Plano de elipse.

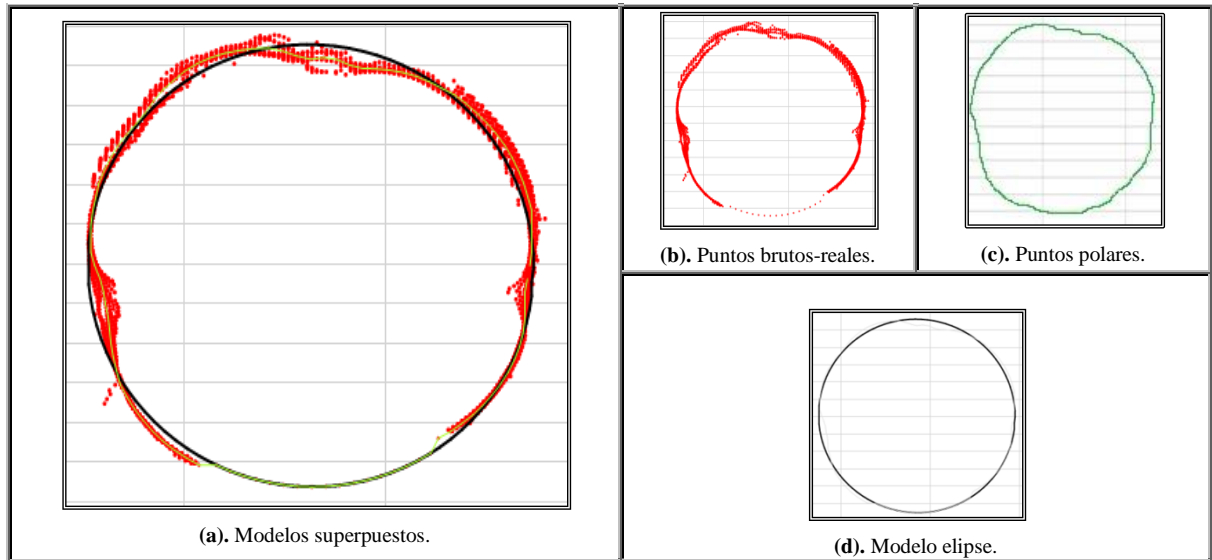
$$X = R_a \times \cos(\theta) + \Delta X \quad (2-1)$$

$$Y = R_b \times \sin(\theta) + \Delta Y \quad (2-2)$$

Gráficamente es posible validar el proceso de modelamiento. Se analizaron 15 trozas donde se denota una buena correlación entre modelos, esto se ejemplifica en la Figura 2-4 que muestra una sección



transversal, en donde se aprecian los tres perfiles superpuestos: los puntos brutos-reales (Figura 2-4b), modelo polar (Figura 2-4c) y modelo elipse (Figura 2-4d).



Fuente: Elaboración Propia

Figura 2-4. Gráficas de modelos.

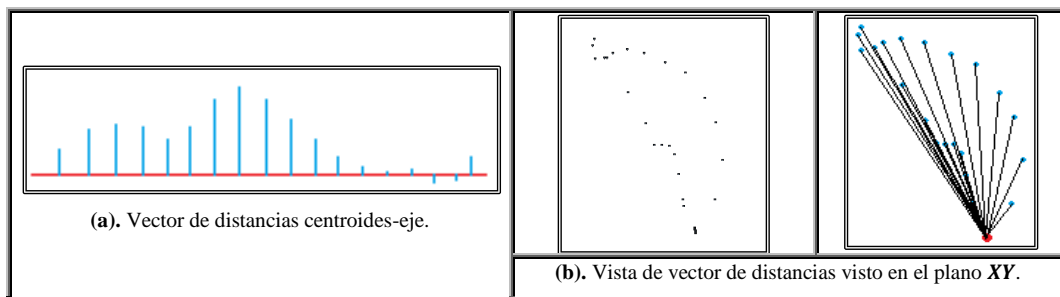
Matemáticamente, el análisis de los modelos se realiza por medio del establecimiento de una correlación (R^2) cuantitativa, mediante la ecuación (2-3), donde se pesquisa un adecuado ajuste de los modelos:

$$R = \frac{\sum dx \times dy}{\sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}} \quad (2-3)$$

Siendo:

$$dx = x[i]_{elipse} - x[i]_{polar} \quad dy = y[i]_{elipse} - y[i]_{polar} \quad (2-4)$$

Se proyecta un eje referenciado en los puntos promedio de los tres: primeros y últimos centroides de las secciones de la troza. Posteriormente, se proyectan rectas desde el eje hasta los centroides, en los planos cartesianos XZ y YZ , donde se determina magnitud y ángulo del vector con respecto al eje X , (Figura 2-5). Consecutivamente, los vectores giran en el espacio para obtener la componente en el eje Y .

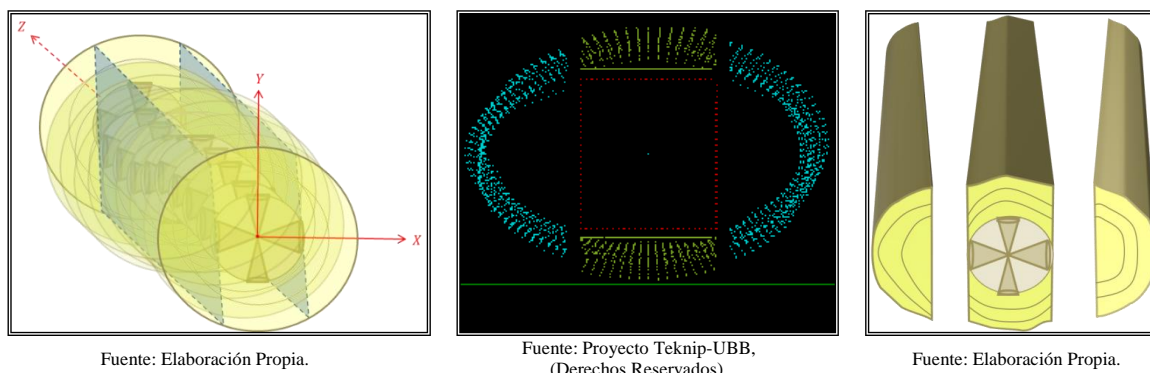


Fuente: Proyecto Teknip-UBB, (Derechos Reservados).

Figura 2-5. Distancias centroides-eje.



Del procedimiento anterior, se determina la suma de las magnitudes de cada sección almacenándose el mayor ángulo y la mayor magnitud de éste. La determinación del área transversal común máxima disponible, se realiza buscando el área mayor común en todas las secciones polares, analizando el comportamiento del eje longitudinal de la troza (Figura 2-6), evitando la generación de piezas aserradas con presencia de corteza (canto muerto).



Fuente: Elaboración Propia.

Fuente: Proyecto Teknip-UBB, (Derechos Reservados).

Fuente: Elaboración Propia.

Figura 2-6. Reconstrucción 3D de troza.

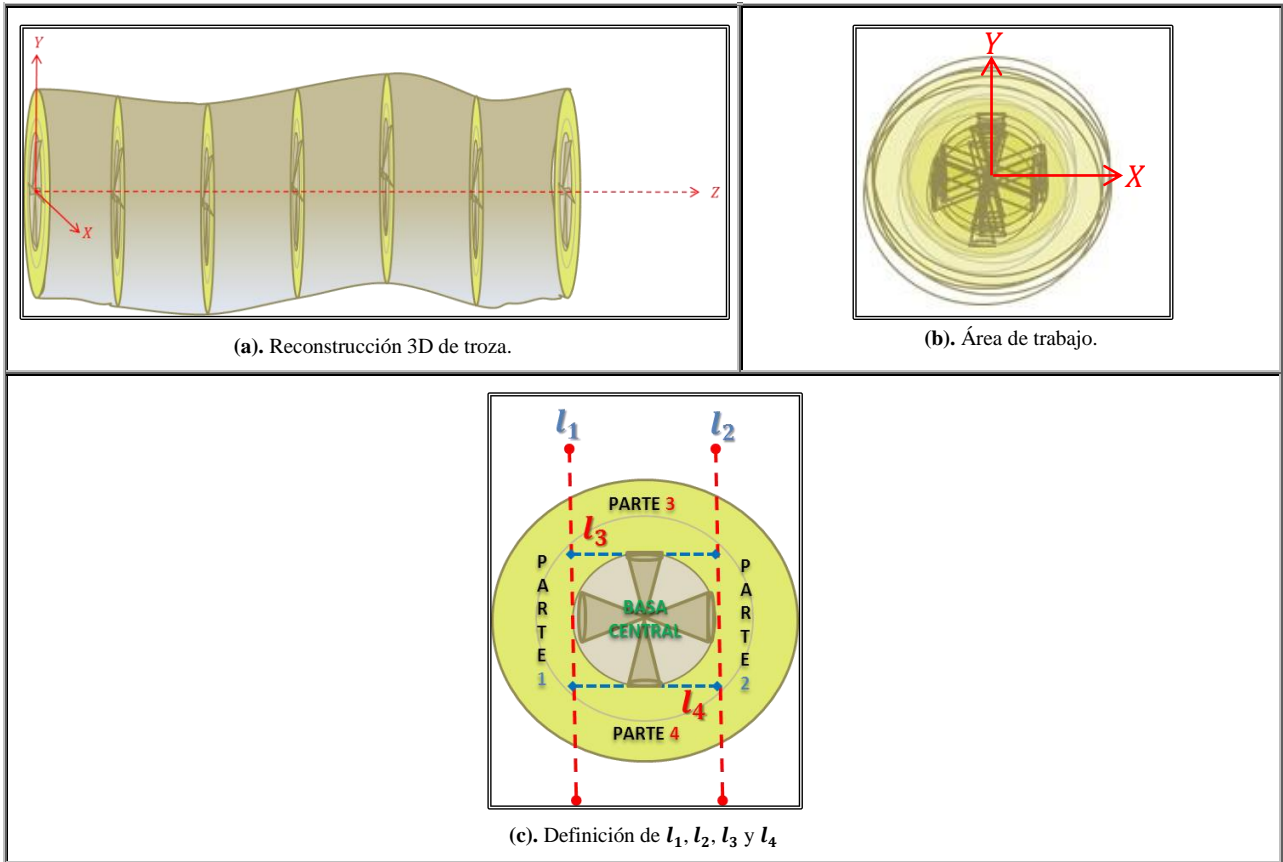
2.2 MODELO MATEMÁTICO PROPUESTO

Con base en [Bhandarkar et al. \(2008\)](#); [Lin et al. \(2010\)](#); [Lin et al. \(2011\)](#); y [Lin y Wang \(2012\)](#), quienes generaron un modelo y algoritmo para trozas de especies latifoliadas, en donde se predicen los nudos internos que forman un verticilo por medio de un modelo desarrollado por [Thomas \(2008\)](#), se estableció el algoritmo que descompone el *slice* o rebanada de la sección transversal de la troza, destinada para generar el patrón de corte, en cuatro partes, que persiguen encapsular la basa central que contiene el cilindro central defectuoso (CCD), para conseguir que las zonas laterales de la troza sean maximizadas en su aprovechamiento, dado que esta zona, posee madera libre de nudos que tiene un mayor precio en el mercado, (Figura 2-7). El modelo matemático para maximizar la obtención de madera aserrada puede ser expresado por la siguiente función:

$$F = (L_1^*, L_2^*(L_1^*), L_3^*(L_1^*, L_2^*), L_4^*(L_1^*, L_2^*, L_3^*), V^*(L_1^*, L_2^*, L_3^*, L_4^*), S_1^*(L_1^*), (S_2^*(L_1^*, L_2^*), S_3^*(L_1^*, L_2^*, L_3^*), S_4^*(L_1^*, L_2^*, L_3^*, L_4^*)) \quad (2-5)$$

Donde:

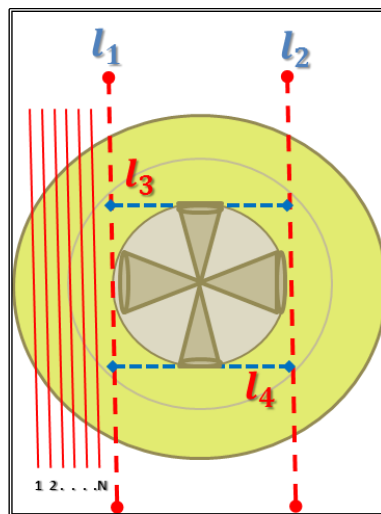
L_1, L_2, L_3, L_4 :	Son los planos de aserrado de cada parte.
S_1, S_2, S_3, S_4 :	Son los patrones de aserrado en cada parte.
V :	Es el valor de la madera.
$*$:	Indica un valor óptimo.



Fuente: Elaboración Propia

Figura 2-7. Aserrado prismático.

El objetivo de esta ecuación es encontrar las localizaciones de L_1, L_2, L_3 y L_4 para maximizar el valor total de madera aserrada, para generar los laterales requeridos, en cada parte de la troza que se divide en n planos equidistante de aserrado con una resolución de c , y un plano de aserrado se denota por L_1 en la primera porción. (Figura 2-8)



Fuente: Elaboración Propia

Figura 2-8. Líneas de corte potenciales para laterales.



Entonces $\mathbf{c} = \{1, 2, \dots, N\}$ es un conjunto finito de todos los potenciales planos de aserrado y $\mathbf{S} = \{s_0, s_1, \dots, s_n\}$ es un subconjunto de \mathbf{c} que satisface las siguientes limitaciones:

$$\left(s_i - s_{i-1} - \left\lfloor \frac{K}{c} \right\rfloor\right) \times \mathbf{c} \in T, \quad \forall \quad i \geq 1; i \leq N \quad (2-6)$$

$$s_0 = 1, s_N = N \quad (2-7)$$

Donde:

$T = (T_1, T_2, \dots, T_m)$:	Es un conjunto de espesores de madera (mm), m es el número total de espesores de madera considerados.
c :	Es la resolución del plano de aserrado (mm)
K :	Es el espesor de la ranura de corte, Kerf (mm)
$N = \frac{CR}{c}$:	Es el número total de planos de aserrado en el rango de corte. Por lo tanto, los posibles planos de corte son numerados como $1, 2, \dots, N$. En tanto, CR es el rango de corte (mm) entre el primer plano de corte y la basa central.

Un patrón de corte que satisface las ecuaciones (2-6) y (2-7) se considerara como una solución posible para la troza. El patrón de corte óptimo se determina por medio del algoritmo de programación dinámica descrito para el aserrado uniforme en el capítulo anterior, integrando las relaciones recursivas reportadas por [Lin et al. \(2011\)](#); [Lin y Wang \(2012\)](#), estas se expresan en la siguiente ecuación recursiva:

$$v^*(i + 1, j + 1) = \max_{r \in [0, l]} \left[\max_{s \in [1, m]} \left[\left(v^* \left(i + 1 - \frac{T_r}{c_1} - \left\lfloor \frac{K}{c_1} \right\rfloor, j + 1 - \left\lfloor \frac{W_s}{c_2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{K}{c_2} \right\rfloor \right) + g \left(i + 1 - \left\lfloor \frac{T_r}{c_1} \right\rfloor, i + 1, j + 1 - \left\lfloor \frac{W_s}{c_2} \right\rfloor, j + 1 \right) \right) \right] \right] \quad (2-8)$$

Donde:

$T_r = \{L_1, L_2, \dots, L_l\}$:	Es el conjunto de espesores demandados de madera aserrada.
$W_s = \{W_1, W_2, \dots, W_m\}$:	Es el conjunto de anchos demandados de madera aserrada.
$c_1; c_2$:	Son los intervalos de espesor y ancho, respectivamente.
K :	Es la ranura de corte de aserrado (Kerf)

Sin embargo, en primera instancia, el siguiente algoritmo de búsqueda exhaustiva, descrito por [Bhandarkar et al. \(2008\)](#), es usado para determinar el valor óptimo de l_1 y l_2 , para posteriormente ejecutarlo para encontrar las ubicaciones de l_3 y l_4 .

1. Determinar el rango de corte (CR) y el número máximo de planos de corte ($N = \left\lfloor \frac{CR}{c} \right\rfloor$).
2. Para cada $l_1 \in [0, N]$.



- a. Ejecutar el algoritmo de programación dinámica, descrito en la sección anterior, en la parte 1 y determinar $V_1^*(l_1), S_1^*(l_1)$.
- b. Para cada valor de $l_2 \geq \left(l_1 + \frac{2K}{c} + \frac{W_{min}}{c}\right)$.
 - i. Determinar el rango de corte CR_2 para la parte 2 y el correspondiente valor N_2 .
 - ii. Ejecutar el algoritmo de programación dinámica, descrito en la sección anterior, en la parte 2 y determinar $V_2^*(l_2), S_2^*(l_2)$.
- c. Determinar el valor óptimo l_2^* de tal manera que $V_2^*(l_1, l_2^*)$ sean maximizados. Obteniendo como salida: $V_2^*(l_1, l_2^*)$ y $S_2^*(l_1, l_2^*)$
3. Ejecutar el algoritmo de búsqueda exhaustiva, considerando l_3 y l_4 .
4. Determinar el valor óptimo l_1^* y l_3^* de tal manera que $V_1^*(l_1^*) + V_2^*(l_2) + V_3^*(l_3^*) + V_4^*(l_4) + V_{bc}^*(l_3, l_4)$ sean maximizadas. Obteniendo como salida: $V_1^*(l_1^*), S_1^*(l_1^*); V_2^*(l_2^*), S_2^*(l_2^*); V_3^*(l_3^*), S_3^*(l_3^*); V_4^*(l_4^*), S_4^*(l_4^*)$ y $V_{bc}^*(l_3^*, l_4^*), S_{bc}^*(l_3^*, l_4^*)$

Posteriormente, se concatenan ambos algoritmos, actualizándose las relaciones recursivas con el objeto de alcanzar el óptimo global del patrón de corte propuesto. La implementación se realizó en lenguaje computacional C#, dado las funciones de recursividad requeridas para la codificación del algoritmo de programación dinámica utilizado.



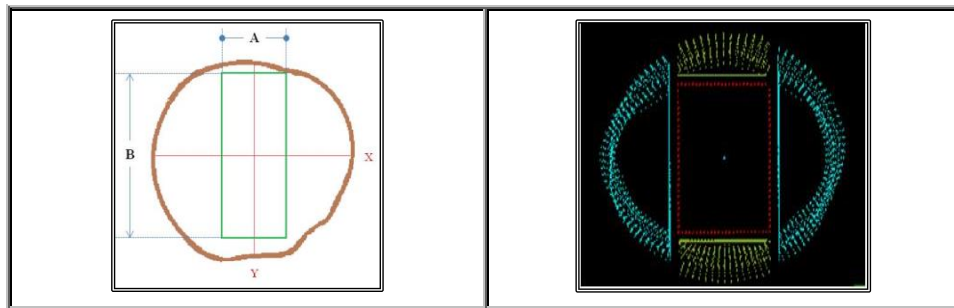
C A P I T U L O I I I

3 VALIDACIÓN DEL MODELO

3.1 METODOLOGÍA DE VALIDACIÓN.

La validación de los resultados se realiza en comparación con una heurística desarrollada por Teknip Tecnología y Equipos Madereros, que conceptualmente se plantea de la siguiente forma:

- i. Determinar magnitud de curvatura de la troza.
- ii. Determinación de parámetros para determinar posición de centradores.
- iii. Posicionar la máxima curvatura de la troza, hacia arriba.
- iv. Buscar la mayor área común entre las secciones transversales de la troza.
- v. Construir un rectángulo de base A y la mayor altura en B. (Figura 3-1)
- vi. Generar plan de cortes en zonas laterales y basa central, según escuadrías demandas.



Fuente: Proyecto Teknip-UBB, (Derechos Reservados).

Figura 3-1. Parámetros de rectángulo inscrito en sección de troza.

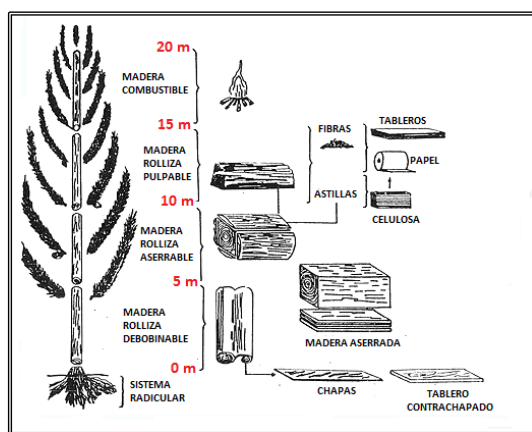
Cabe indicar que se desarrolló un software usando datos de trozas reales proporcionadas por un *scanner* comercial, donde se incrustaron los módulos de algoritmo de programación dinámica y heurística.

El algoritmo de programación dinámica adaptado para las características del pino insigne crecido en la zona centro-sur del país y la heurística desarrollada por Teknip Tecnología y Equipos Madereros fueron programado en lenguaje de programación C#, utilizando el editor y compilador Visual Studio Profesional 2010 con JoeScan para la captura de las imágenes del manto de la troza y DirectX v.9 para graficar los patrones de corte. Conjuntamente, todos los ensayos fueron ejecutados en un computador con procesador Intel® Core™ i7 HD 4000 de 2.90 Ghz, sistema operativo Windows 7 de 64 bits y memoria RAM de 4GB.



3.1.1 DEFINICIÓN DE PARÁMETROS.

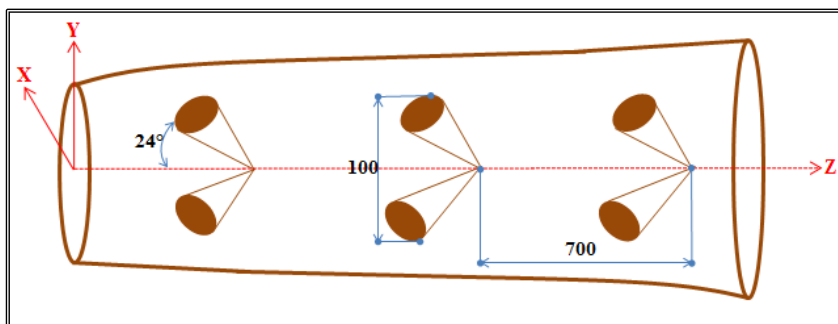
Según [INFOR \(2005\)](#), el destino de la especie *Pinus radiata* D. Don, depende directamente de la altura del árbol en que se extraiga la troza (Figura 3-2), siendo estos en orden ascendente desde el tocón al ápice: madera rolliza debobinable, madera rolliza aserrable, madera rolliza pulpable y madera combustible. Con esto se denota que la industria del aserrío se abastece con trozas extraídas los entre 5 y 10 m de altura del árbol.



Fuente: INFOR, 2005

Figura 3-2. Aprovechamiento de la madera de *Pinus radiata* D. Don

Por ello, basado en [Karsulovic et al. \(2005\)](#) y [Toledo \(2007\)](#), se determinó que para el caso de la especie en cuestión se considera en su periodo de cosecha un diámetro de cilindro nudoso de 10 cm, un largo de internudo que promedia 70 cm. con verticilos de cuatro nudos simulados como conos truncados; centrados y orientados a 24° de la médula (Figura 3-3), fijada en los centroides de las secciones de trozas, lo que es complementado con el manto de la troza por medio de las imágenes proporcionadas por el escáner industrial.



Fuente: Elaboración Propia.

Figura 3-3. Parámetros de la troza.

Es preciso acotar, que estos valores son iniciales, puesto que: el diámetro del CCD, el largo del internudo y el ancho de la ranura de corte (kerf), son parámetros que pueden ser definidos en función de las condiciones de la troza y las máquinas que intervienen en el proceso de aserrado.



Según [CORMA \(2007\)](#), las principales escuadrías demandadas para uso general de la madera aserrada son las que se muestran en la Tabla 3-1:

Tabla 3-1. Espesores y anchos nominales para madera aserrada.

ESPESOR (mm)	ANCHO (mm)										
	50	63	75	88	100	125	150	175	200	225	250
13	50	63	75	88	100	125	150	175	200	225	250
19	50	63	75	88	100	125	150	175	200	225	250
25	50	63	75	88	100	125	150	175	200	225	250
38	50	63	75	88	100	125	150	175	200	225	250
50	50	63	75	88	100	125	150	175	200	225	250
63		63	75	88	100	125	150	175	200	225	250
75			75	88	100	125	150	175	200	225	250
88				88	100	125	150	175	200	225	250
100					100	125	150	175	200	225	250

Cabe señalar, que las medidas mostradas en Tabla 3-1 equivalen en pulgadas según Tabla 3-2.

Tabla 3-2. Tabla de equivalencias.

mm.	13	19	25	38	50	63	75	88	100	125	150	175	200	225	250
Pulg.	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	5	6	7	8	9	10

Por tanto, el algoritmo de programación dinámica ocupa la matriz de escuadrías rotuladas anteriormente para determinar el patrón óptimo de corte. Es preciso consignar que el largo de las piezas aserradas corresponde a la longitud de entrada de la troza.

En tanto, para evaluar el aprovechamiento de la troza se utiliza la siguiente expresión:

$$\text{Aprovechamiento (\%)} = \frac{VT}{VMA} \times 100 \tag{3-1}$$

Donde:

VT:	Volumen de la troza, (m^3).
VMA:	Volumen de madera aserrada, (m^3).

Cabe consignar, que la determinación de volumen de la troza se efectúa por medio de la norma de cubicación de trozas JAS (Japanese Agricultural Standards), a través de la expresión (3-2), ([INFOR, 1987](#)):

Troza < 6 metros

$$V = \frac{D^2 L}{10000}$$

Troza ≥ 6 metros

$$V = \left(D + \left(\frac{L' - 4}{2} \right) \right)^2 \frac{L}{10000} \tag{3-2}$$



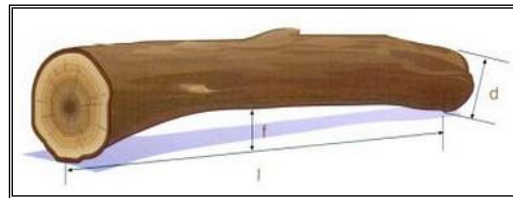
En que:

V:	Volumen de la troza, (m^3ssc).
D:	Diámetro en el extremo menor aproximado al par inferior, (cm).
L:	Largo de la troza (m) aproximado a los 20 cm inmediatamente inferior de la medida real.
L':	Largo de la troza (m) en enteros, despreciando los decimales.

Mientras, que la determinación del volumen de la madera aserrada se realiza considerando las dimensiones (espesor, ancho y largo) y número de piezas obtenidas de la troza.

La curvatura (Figura 3-4), según la [NCh 1222. Of76](#), se expresa por el cociente de la flecha f dividida por la longitud de la troza l :

$$Curvatura = \frac{f}{l} \left[\frac{mm}{m} \right]$$

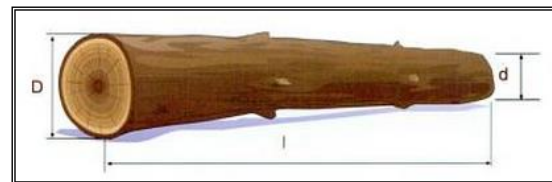


Fuente: NCh 1222. Of76.

Figura 3-4. Curvatura de una troza

La conicidad (Figura 3-5), según la [NCh 1222. Of76](#), se define como la diferencia entre el diámetro máximo D y el mínimo d de los extremos de la troza, referido a la longitud de la pieza l :

$$Conicidad = \frac{D - d}{l} \left[\frac{mm}{m} \right]$$



Fuente: NCh 1222. Of76.

Figura 3-5. Conicidad de una troza

Por otra parte, para evaluar la obtención de volumen de madera aserrada libre de nudos, es decir, el rendimiento económico, los precios comerciales, se referencian en lo publicado por [INFOR \(2012c\)](#), que reporta en los últimos 17 años la madera *clear* destinada a la exportación ha alcanzado un precio promedio de $218,1 \frac{US\$}{m^3}$ ($112.801 \frac{\$}{m^3}$), mientras que la madera aserrada con presencia de nudos se comercializa en el mercado interno a un precio medio de $143,8 \frac{US\$}{m^3}$ ($74.360 \frac{\$}{m^3}$), teniendo una reducción del precio en un 34% con respecto a la madera distribuida en los mercados externos. En tanto, las trozas comercializadas por metro ruma ($1m \times 1m \times 2,44m$) alcanzan un valor de \$26.000, deduciendo un monto de $10.656 \frac{\$}{m^3}$.



3.1.2 DISEÑO EXPERIMENTAL.

El algoritmo de programación dinámica implementado se valida estadísticamente con una muestra de 100 trozas, comparando el aprovechamiento de las trozas y la utilidad neta de la madera aserrada con lo obtenido por la heurística desarrollada por la empresa Teknip Tecnología y Equipos Madereros.

3.1.2.1 Prueba de Hipótesis.

Según [Montgomery \(2004\)](#), una hipótesis estadística es un enunciado o afirmación ya sea de los parámetros de una distribución de probabilidad o de los parámetros de un modelo. La hipótesis refleja alguna conjetura acerca de la situación del problema. Para este caso, se evalúa si existe diferencia estadísticamente significativa, por medio de la prueba t de dos muestras, entre el algoritmo de programación dinámica y la heurística en las variables respuestas: aprovechamiento de las trozas y utilidad neta de la madera aserrada, que se enuncian formalmente como:

$$\begin{aligned}
 H_{0a}: \mu_1 &= \mu_2 & H_{1a}: \mu_1 < \mu_2 \\
 H_{0b}: \mu_3 &= \mu_4 & H_{1b}: \mu_3 < \mu_4
 \end{aligned}$$

Donde:

μ_1 :	Aprovechamiento promedio de las trozas utilizando heurística (%).
μ_2 :	Aprovechamiento promedio de las trozas utilizando algoritmo de programación dinámica (%).
μ_3 :	Utilidad neta de la madera aserrada utilizando heurística (m^3).
μ_4 :	Utilidad neta de la madera aserrada utilizando algoritmo de programación dinámica (m^3).

El estadístico de prueba que se emplea para comparar las medias de los tratamientos (heurística y algoritmo de programación dinámica) en el diseño completamente aleatorizado es:

$$t_0 = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \tag{3-3}$$

En que:

$\bar{y}_1; \bar{y}_2$:	Son las medias muestrales.
$n_1; n_2$:	Son los tamaños de las muestras.
S_p :	Es una estimación de la varianza común $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma$ calculada a partir de: $ S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} $ Siendo S_1^2 y S_2^2 las dos varianzas muestrales.

Para determinar si es rechazada $H_0: \mu_1 = \mu_2$ se compara t_0 con la distribución t con $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad. Si



$$t_0 > t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2} \tag{3-4}$$

Siendo:

$t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$:	Es el punto porcentual α superior de la distribución t con $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad.
-------------------------------	---

Entonces, se rechazaría H_0 , dado la existencia de evidencia estadísticamente significativa para aseverar que el algoritmo de programación dinámica arroja mayor aprovechamiento de las trozas y/o utilidad neta de la madera aserrada que la heurística desarrollada por Teknip Tecnología y Equipos Madereros.

3.2 RESULTADOS Y ANÁLISIS

Los resultados se muestran agrupados por ambos métodos ejecutados (algoritmo de programación dinámica y heurística), pero encasillados en las variables respuestas previstas.

3.2.1 APROVECHAMIENTO DE LA MATERIA PRIMA.

Las Tablas 3-3 y 3-4 resumen el aprovechamiento de la materia prima para el caso del algoritmo de programación dinámica y heurística, respectivamente.

Tabla 3-3. Aprovechamiento de las trozas según algoritmo de programación dinámica.

Madera Aserrada					
	Diám. (cm)	Aprov.	Clear (m³)	Nudosa (m³)	Total (m³)
MEDIA	19	63%	0,036	0,037	0,073
DESV.	1	6%	0,013	0,010	0,011
MÁX.	24	79%	0,076	0,070	0,114
MIN.	16	50%	0,010	0,025	0,050

Tabla 3-4. Aprovechamiento de las trozas según heurística.

Madera Aserrada					
	Diám. (cm)	Aprov.	Clear (m³)	Nudosa (m³)	Total (m³)
MEDIA	19	61%	0,030	0,042	0,072
DESV.	1	7%	0,008	0,012	0,011
MÁX.	24	74%	0,076	0,078	0,108
MIN.	16	39%	0,016	0,010	0,040



En la Figura 3-6, se presenta el comportamiento del aprovechamiento de la materia prima en función del diámetro de la troza, diferenciados por método de optimización utilizado.

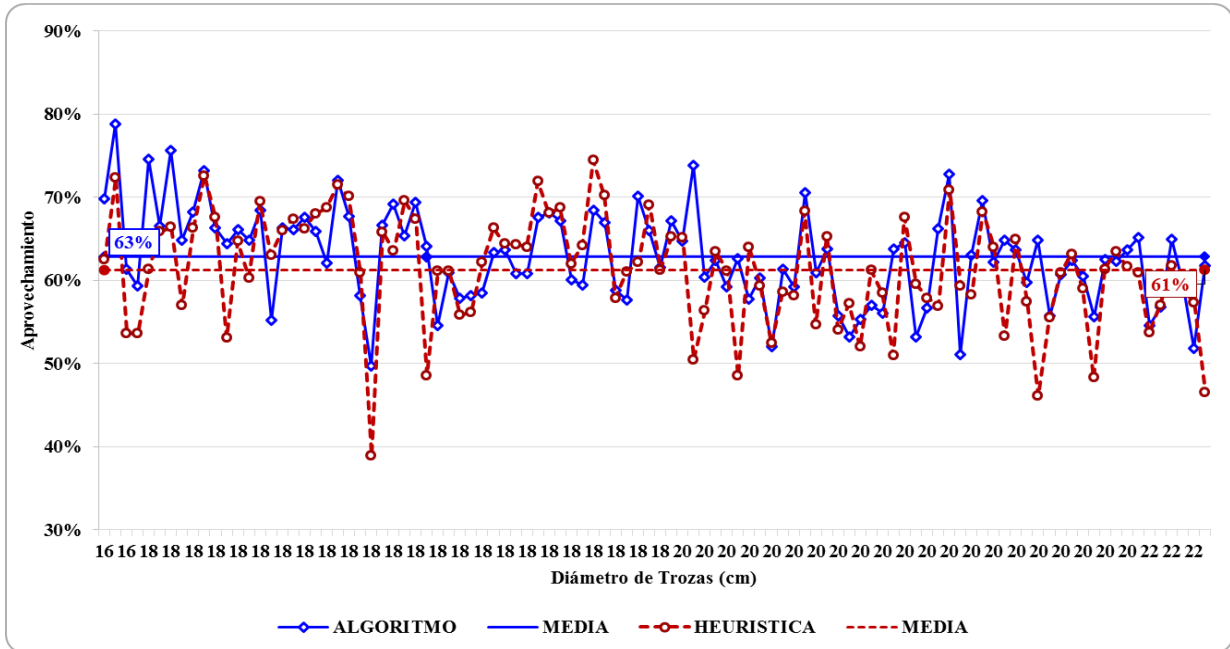


Figura 3-6. Comparación del aprovechamiento de la materia prima.

En tanto, las Figuras 3-7 y 3-8, muestran el volumen de madera aserrada: libre de defectos (clear) y con presencia de defectos (nudosa), según método de optimización en términos del volumen.

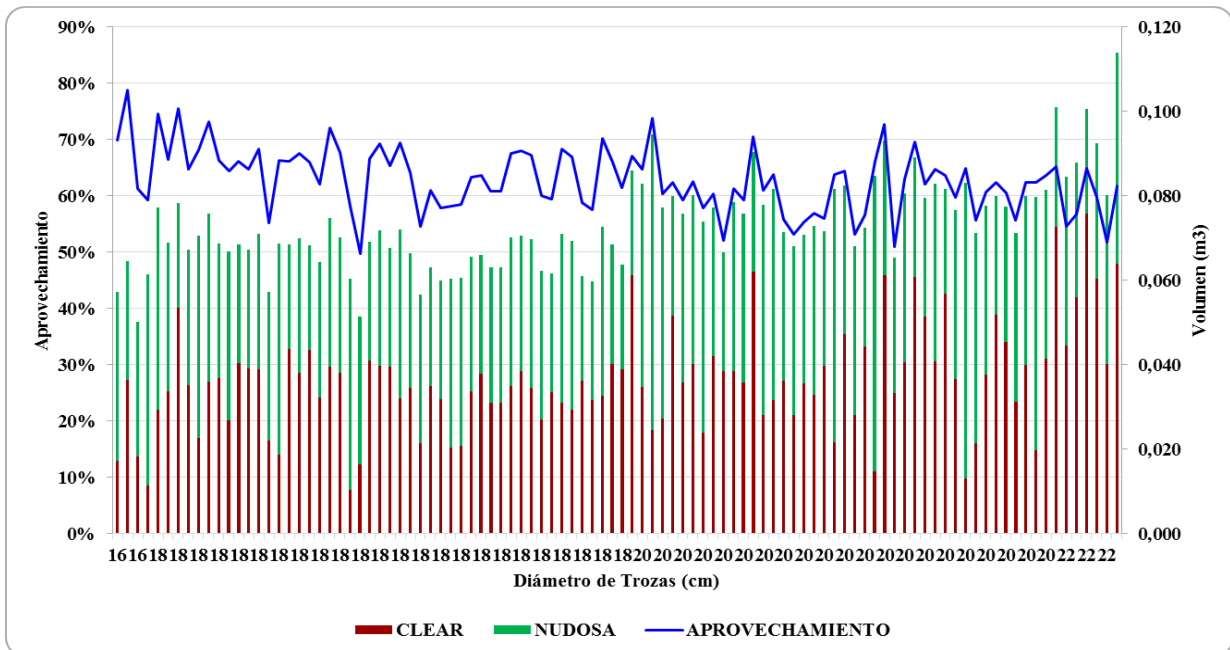


Figura 3-7. Volumen de madera aserrada generada por algoritmo de programación dinámica.

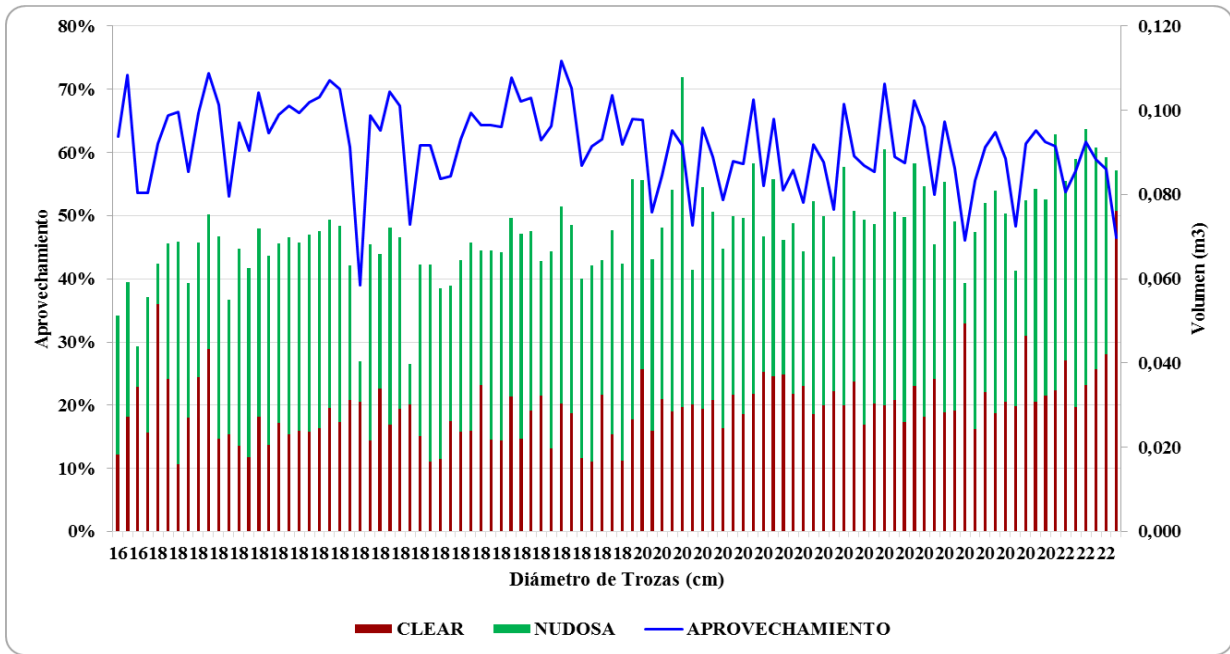


Figura 3-8. Volumen de madera aserrada generada por heurística.

La Figura 3-9, muestra una comparación del volumen total de madera aserrada generada por método de optimización, teniendo como referencia el diámetro y volumen de la troza.

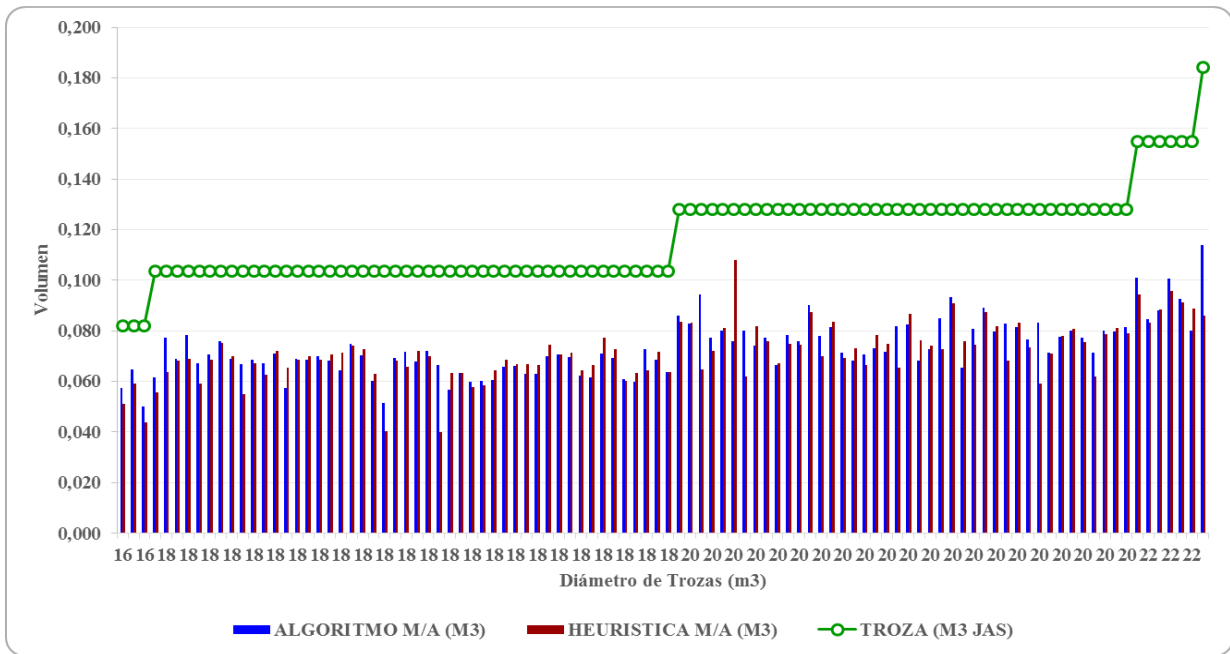


Figura 3-9. Volumen de madera aserrada generada por métodos.

La Figura 3-10, ilustra una correlación entre el aprovechamiento de la materia y las características de la troza (curvatura y conicidad).

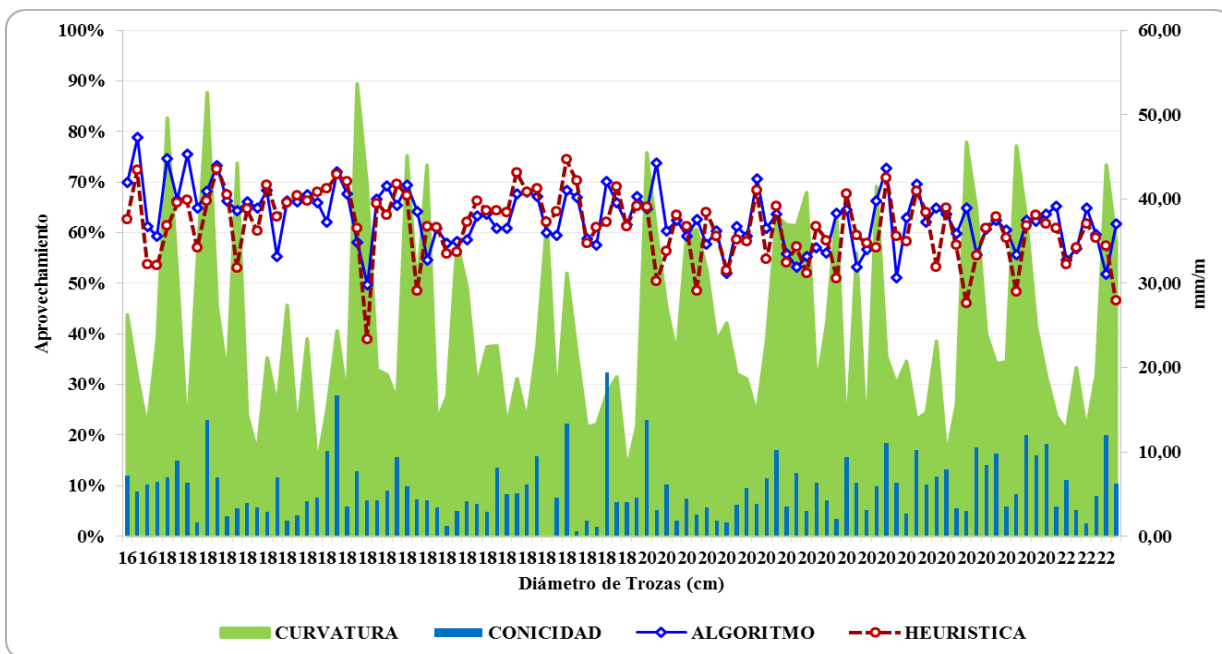


Figura 3-10. Interrelación curvatura-conicidad con aprovechamiento.

3.2.2 UTILIDAD NETA DE LA MADERA ASERRADA.

Las Tablas 3-5 y 3-6 sintetizan los ingresos y utilidad neta de la madera aserrada para el caso del algoritmo de programación dinámica y heurística, respectivamente.

Tabla 3-5. Ingresos y utilidad neta según algoritmo de programación dinámica.

Madera Aserrada					
	Diám. (cm)	Clear	Nudosa	Total	Utilidad Neta
MEDIA	19	\$ 4.104	\$ 2.744	\$ 6.848	\$ 5.614
DESV.	1	\$ 1.431	\$ 734	\$ 1.171	\$ 1.051
MÁX.	24	\$ 8.552	\$ 5.205	\$ 10.925	\$ 8.961
MIN.	16	\$ 1.160	\$ 1.843	\$ 4.435	\$ 3.354

Tabla 3-6. Ingresos y utilidad neta según heurística.

Madera Aserrada					
	Diám. (cm)	Clear	Nudosa	Total	Utilidad Neta
MEDIA	19	\$ 3.334	\$ 3.099	\$ 6.433	\$ 5.164
DESV.	1	\$ 955	\$ 831	\$ 935	\$ 789
MÁX.	24	\$ 8.599	\$ 4.521	\$ 9.313	\$ 7.349
MIN.	16	\$ 1.812	\$ 714	\$ 4.120	\$ 3.084



La Figura 3-11, exhibe la conducta de la utilidad neta de la madera aserrada en función del diámetro de la troza, diferenciados por método de optimización utilizado.

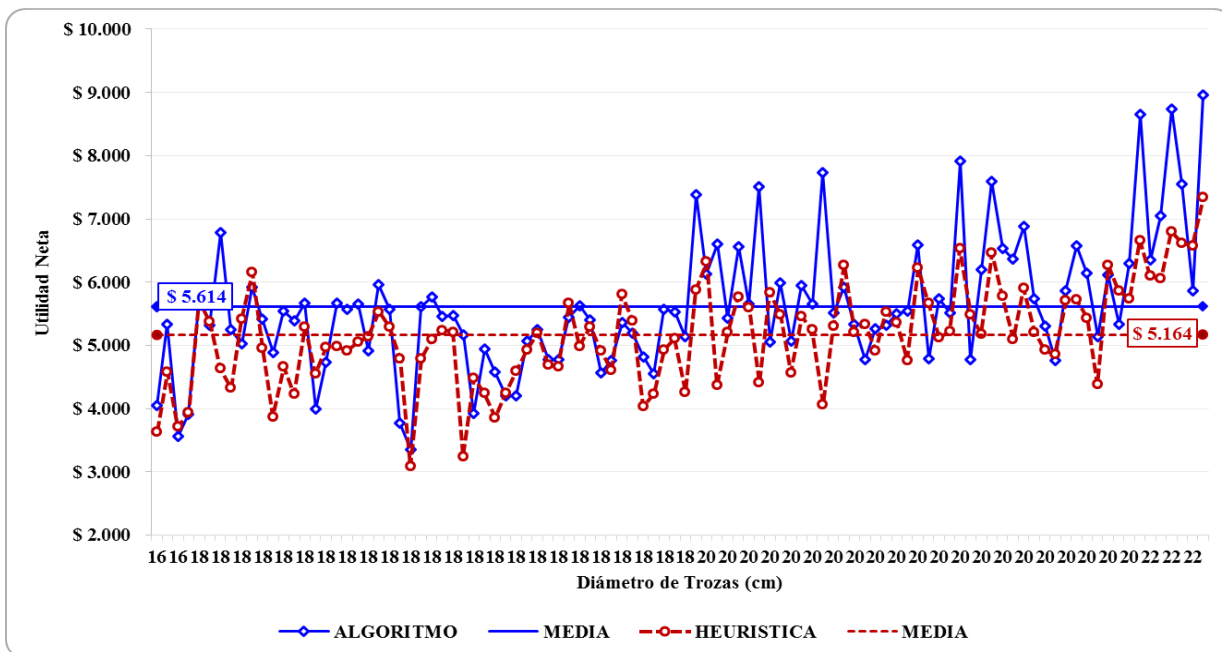


Figura 3-11. Comparación de la utilidad neta de la madera aserrada.

En tanto, las Figuras 3-12 y 3-13, muestran el volumen de madera aserrada: libre de defectos (clear) y con presencia de defectos (nudosa), según método de optimización en términos de los ingresos netos.

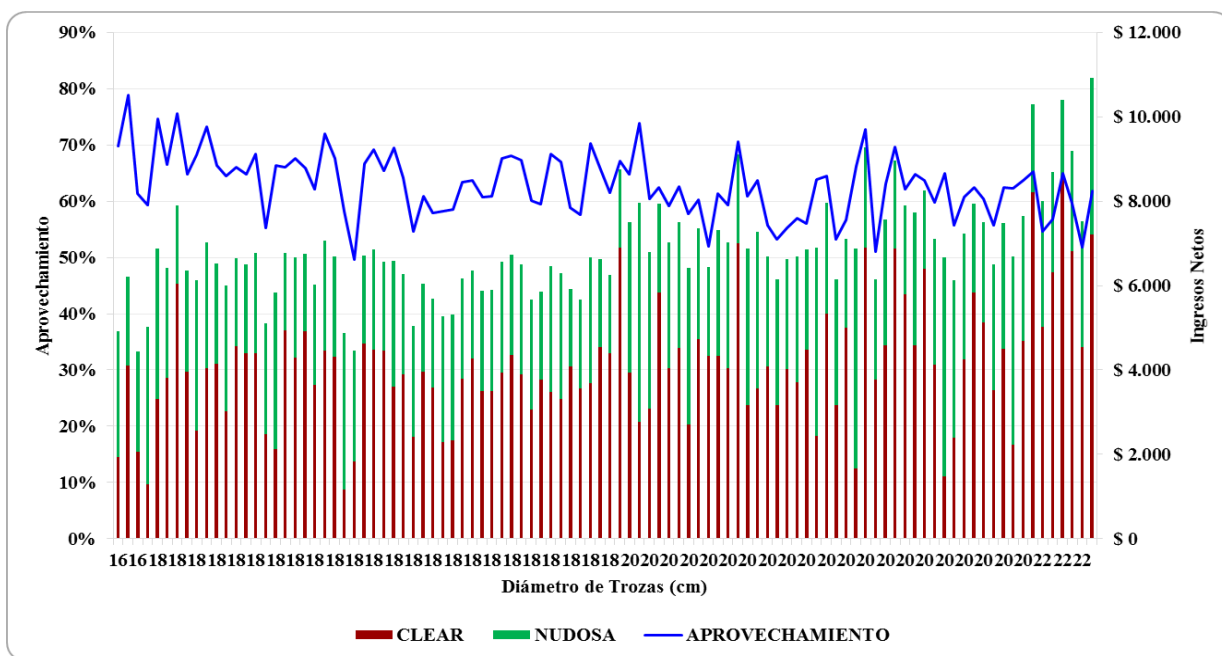


Figura 3-12. Utilidad neta de madera generada por algoritmo de programación dinámica.

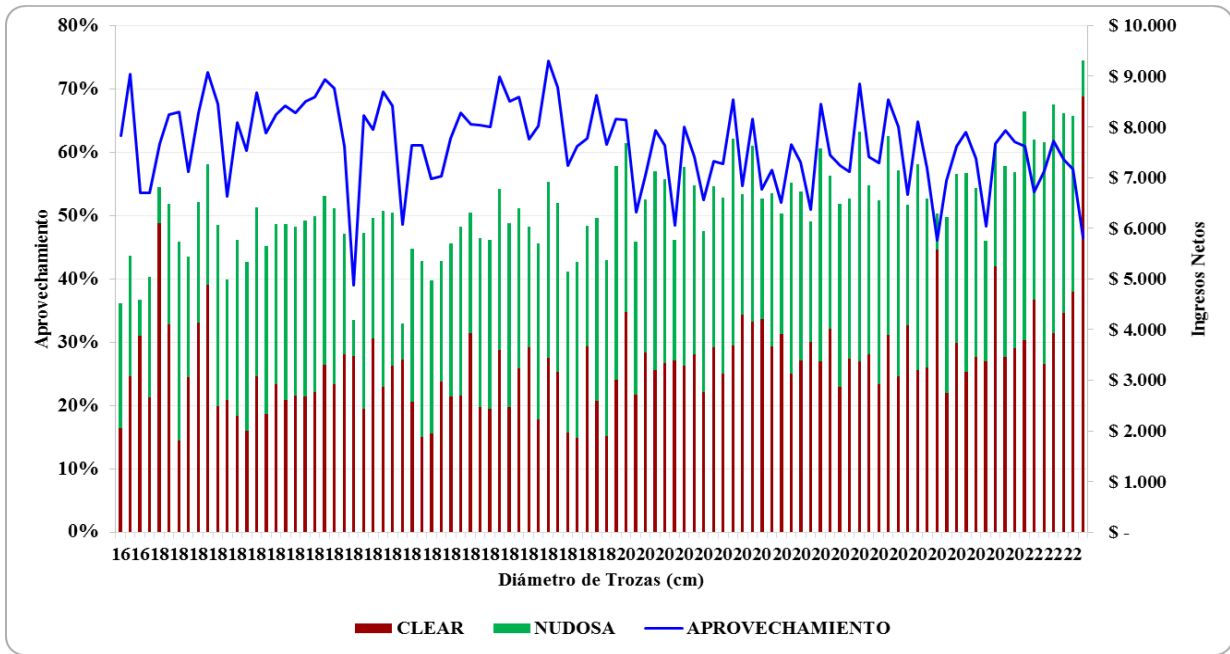


Figura 3-13. Utilidad neta de madera generada por heurística.

La Figura 3-14, ilustra una correlación entre la utilidad neta de la madera aserrada y las características de la troza (curvatura y conicidad).

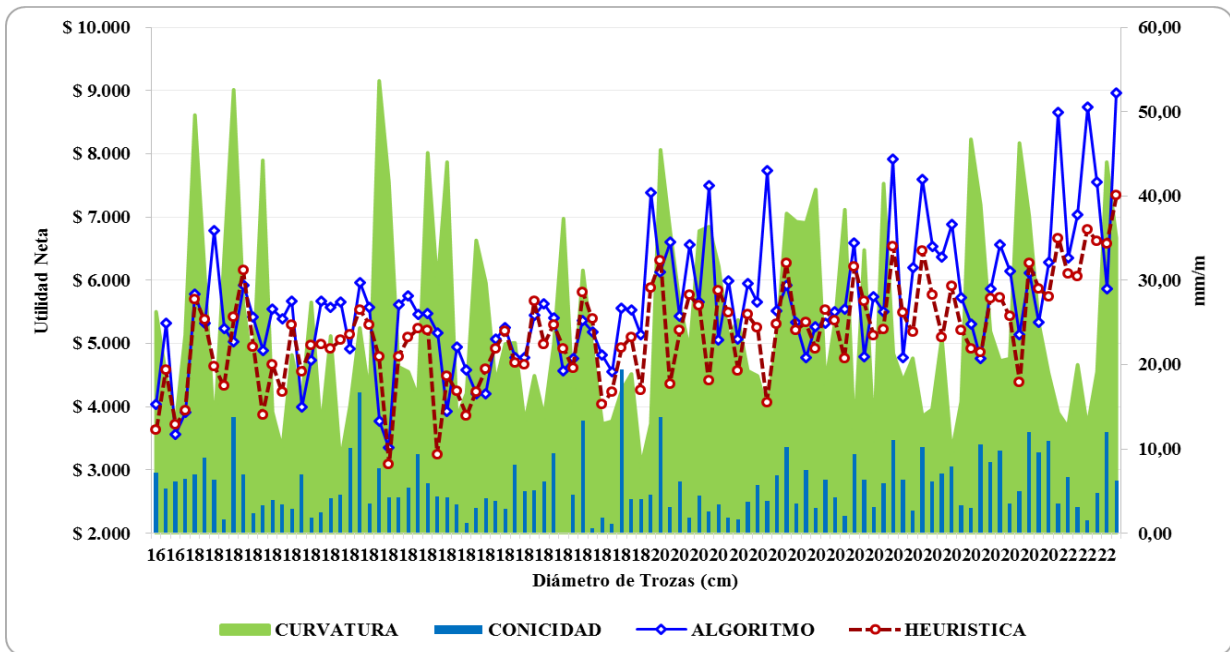


Figura 3-14. Interrelación curvatura-conicidad con utilidad neta.



3.2.3 VALIDACIÓN ESTADÍSTICA.

La Tabla 3-7, expone los valores obtenidos en la ejecución de la prueba *t* de comparación de medias, para la variable respuesta asignada como aprovechamiento de la materia prima.

Tabla 3-7. Prueba *t* para variable aprovechamiento de la materia prima.

	Media	Varianza	Obs	Grados de Libertad	Estadístico <i>t</i>	Valor Crítico	Valor <i>p</i>
Algoritmo	63%	0,00326	100	198	1,80	1,65	0,03640
Heurística	61%	0,00441	100				

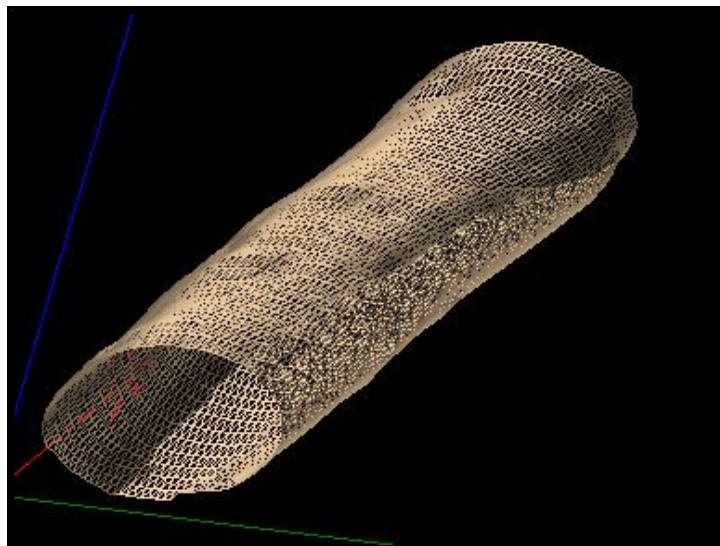
La Tabla 3-8, muestra los valores emanados de la ejecución de la prueba *t* de comparación de medias, para la variable respuesta designada como utilidad neta de la madera aserrada.

Tabla 3-8. Prueba *t* para variable utilidad neta de la madera aserrada.

	Media	Varianza	Obs	Grados de Libertad	Estadístico <i>t</i>	Valor Crítico	Valor <i>p</i>
Algoritmo	\$ 5.614	1105640	100	198	3,43	1,65	0,00037
Heurística	\$ 5.164	622838	100				

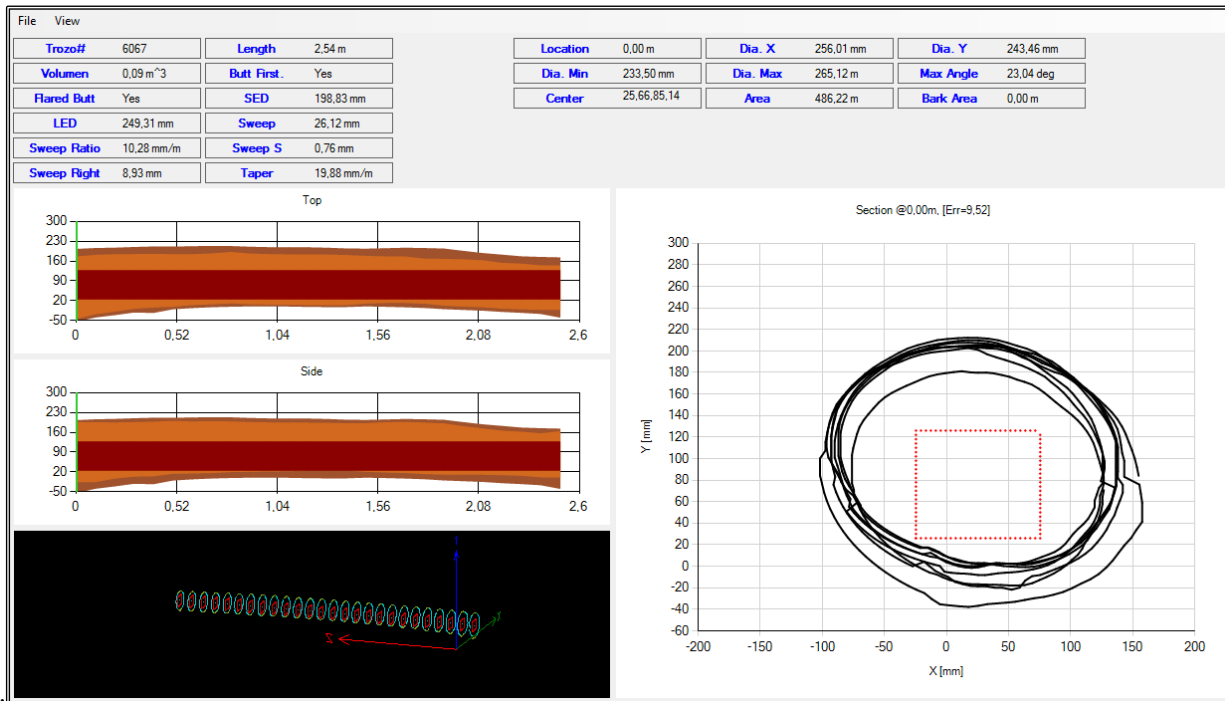
3.2.4 VISUALIZACIÓN GRÁFICA.

En la Figura 3-15, se muestra la reconstrucción tridimensional de una troza, en la cual se obtiene la salida en la optimización de cortes en la troza por medio del algoritmo de programación dinámica, (Figura 3-16).



Fuente: Proyecto Teknip-UBB, (Derechos Reservados).

Figura 3-15. Reconstrucción tridimensional de una troza.



Fuente: Proyecto Teknip-UBB, (Derechos Reservados).

Figura 3-16. Interface de algoritmo de programación dinámica.

3.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS.

En lo referido al aprovechamiento de la materia prima (Figura 3-6), es posible, consignar que existe una diferencia media porcentual del 2% a favor del algoritmo de programación dinámica (APD) por sobre la heurística comparada. En el primer método utilizado se alcanza un intervalo de rendimiento del 19% con una media de 63% de aprovechamiento de las trozas (Tabla 3-3), mientras que el segundo método utilizado alcanzó un rango de rendimiento del 35% con una media de 61% de aprovechamiento de las trozas (Tabla 3-4). Comparativamente, se puede apreciar en la Figura 3-6, que el aprovechamiento registrado por el APD presenta menor fluctuación, reflejado en el menor intervalo de aprovechamiento de las trozas con respecto a la heurística confrontada, a su vez, también se hace interesante destacar la estabilidad que posee el algoritmo probado en la distribución de los diámetros de trozas utilizados, punto que no es posible destacar en el método cotejado.

Por su parte, contrastado las Figuras 3-7 y 3-8, se deduce que el algoritmo de programación dinámica logra un volumen promedio de madera aserrada libre de nudos de 0,036 m³, mientras que el método contrapuesto consigue un volumen de madera aserrada con presencia de nudos de 0,042 m³, que repercute en el beneficio económico de la materia prima. Esta situación, se explica dado que la heurística solo considera la separación entre elementos de corte en la maquina principal, descartando la reducción de valor de las piezas de madera aserrada con vestigios del CCD.



En términos de la utilidad neta de la madera aserrada (Figura 3-11) prevalece el APD por sobre el método comparado. En el primer caso se logra una media de \$5.614 con una desviación estándar de \$1.051, (Tabla 3-5) contrastando con el promedio de \$5.164 y desviación estándar de \$ 789 (Tabla 3-6) que registra la heurística. En tanto, las Figuras 3-12 y 3-13, refrendan lo expuesto anteriormente en términos de los ingresos netos de la madera aserrada.

En la Figura 3-9, el paralelo entre los volúmenes totales de madera aserrada obtenida por ambos métodos permite reafirmar lo mostrado precedentemente, como también, se observa en términos relativos, una relación directa proporcional entre diámetro de la troza y volumen de madera aserrada lograda.

Las Figuras 3-10 y 3-14, muestran una correlación entre los principales defectos de la troza (curvatura y conicidad) y rendimientos (volumétrico y económico), en ambos gráficos se observa que un mayor nivel de curvatura y/o conicidad merma el aprovechamiento de la troza y la utilidad neta de la madera aserrada, es posible convenir, que existe una relación inversamente proporcional entre los defectos consignados y rendimientos.

Por su parte, las Tablas 3-7 y 3-8, permiten extraer que con intervalo de confianza del 95% existe una diferencia estadísticamente entre ambos métodos de optimización de trozas en términos del aprovechamiento de la troza y utilidad neta de la madera aserrada. Sin embargo, se observa que la comparación estadística económica es significativamente a favor del algoritmo de programación dinámica ($Valor p = 0,00037$).

El método de optimización propuesto, carece de la consideración de eventualidades que surgen sólo en la operación diaria de un aserradero, puesto sólo se han ejecutado simulaciones de proceso de aserrío, sin poder constatar el impacto que pueda tener la utilización de distintos métodos de aserrado y/o redistribución de máquinas dentro de la línea productiva.

La utilización de parámetros recopilados en el estado del arte para determinar la dimensión y comportamiento del CCD en la troza, confiere inestabilidad al método propuesto de optimización de cortes de trozas, puesto que el origen biológico del árbol otorga una baja uniformidad a los parámetros de las trozas, sin embargo, un promisorio progreso de las técnicas de detección no-destructivas en la condición interna de las trozas, contribuiría a una reconstrucción tridimensional fidedigna de la troza que permita establecer con certeza las regiones de madera libres de nudos.

Finalmente, sería conveniente una alianza que permita adquirir una amplia base de datos de trozas escaneadas para validar estos resultados con una muestra de mayor tamaño para reducir la posibilidad de cometer el error tipo I, es decir, rechazar H_0 , cuando es verdadera.



C O N C L U S I O N E S

Se indagó la posibilidad de encontrar un método de optimización de aserrado eficiente en tiempo y rendimiento que permitiera aumentar el aprovechamiento volumétrico de la materia prima, impactando positivamente en las utilidades de los aserraderos que procesan trozas podadas de *Pinus radiata* D. Don. Según lo investigado, el algoritmo de programación dinámica utilizado, es lo más idóneo, ya que busca la mejor solución en base a la relación recursiva descrita, involucrando: comportamiento del CCD, secciones transversales y largo de las trozas. El incremento de las utilidades se logró dado que el modelo estudiado, privilegia la optimización de las regiones libres de defectos en las trozas, obteniendo madera aserrada *clear* de mayor valor comercial que las piezas que poseen nudos, siendo, posible aseverar que el algoritmo de programación dinámica logra un aumento meridianamente significativo de las utilidades del aserradero, registrando un aumento significativo en el aprovechamiento de las trozas.

Los puntos proporcionados del escaneo de las trozas son visualizadas en un entorno 3D, complementado con la simulación del CDD, en donde se representa la optimización de los cortes en la proyección tridimensional de la troza. Por ello, se logra conseguir que la mejor ubicación de las piezas aserradas se muestre en una interface gráfica amigable con el usuario. Sin embargo, en la proyección tridimensional de las piezas aserradas enmarcadas en la basa central se aprecia cierta deficiencia en la reconstrucción de los nudos, puesto que esta información es simulada en base a los parámetros teóricos, por tanto, un mayor ajuste en la constitución de los nudos se lograría con el conocimiento certero de la distribución y ubicación de estos, a través, de técnicas no destructivas que logren conocer el comportamiento del CDD, en las líneas productivas.

El algoritmo de programación dinámica, con un intervalo de confianza del 95%, presenta una diferencia estadísticamente significativa con respecto a la heurística desarrollada por la empresa Teknip Tecnología y Equipos Madereros en cuanto al aprovechamiento de la materia prima y utilidad neta de la madera aserrada, reflejado en la obtención de un mayor volumen de madera aserrada libre de defectos.



BIBLIOGRAFÍA

BANCO MUNDIAL. 2013. Datos Chile. Disponible en <http://datos.bancomundial.org/pais/chile>. Consultado el 02 de Octubre de 2013.

BHANDARKAR, S.; LUO, X.; DANIELS, R.; TOLLNER, E. 2008. Automated planning and optimization of lumber production using machine vision and computer tomography. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*. 5(4): 677-695.

CABALLERO, R.; GÓMEZ, T.; MOLINA, J.; FOSADO, O.; LEÓN, M.; GAROFAL, M. 2009. Sawing planning using a multicriteria approach. *Journal of Industrial and Management Optimization*. 5(2): 308 – 317.

CARNIERI, C.; MENDOZA, G. 2000. A fractional algorithm for optimal cutting of lumber into dimension parts. *Annals of Operations research*. 95: 83-92.

CARNIERI, C.; MENDOZA, G.; GAVINHO, L. 1994. Optimal cutting lumber and particleboards into dimension parts: some algorithms and solution procedures. *Wood and Fiber Science*. 26(1): 131 – 141.

CORMA (CORPORACIÓN CHILENA DE LA MADERA). 2007. Manual de construcción de viviendas en madera. Centro de Transferencia Tecnológica de la Madera. 635 p.

DEVLIEGER F.; BAETTIG R. 1999. Ingeniería de aserraderos. Fundamentos de planificación y gestión. Talca – Chile. Facultad de Ciencias Forestales, Universidad de Talca. 144 p.

DYCKHOFF, H. 1990. A typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*. 44(2): 145-159.

FAALAND, B.; BRIGGS, D. 1984. Log bucking lumber manufacturing using dynamic programming. *Management Science*. 30 (2): 245 – 257.

GAREY, M.; JOHNSON, D. 1979. Computers and intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness. Nueva York: W. H. Freeman & Company.

GAUDREAU, J.; FRAYRET, J.; ROUSSEAU, A.; D'AMOURS, S. 2010. Combined planning and scheduling in a divergent production system with co-production: A case study in the lumber industry. *Computers & Operations Research*. 38(9): 1238 – 1250.

GEERTS, J. 1984. Mathematical solution for optimising the sawing pattern of a log given its dimensions and its defect core. *New Zealand Journal of Forestry Science*. 14(1): 124 – 134.



GILMORE, P.; GOMORY, R. 1961. A linear programming approach to the cutting stock problem. Operations research. 9: 849-859.

GILMORE, P.; GOMORY, R. 1963. A linear programming approach to the cutting stock problem, Part II. Operations research. 11: 863 – 888.

GRACIA, C. 2007. Métodos y Algoritmos para resolver problemas de Corte unidimensional en entornos realistas. Aplicación a una empresa del Sector Siderúrgico. Tesis Doctoral. Departamento de Organización de Empresas, Universidad Politécnica de Valencia. 221 p.

HERRERA, J.; LEAL, R. 2012. Generación de patrones de corte a partir de la programación matemática para la planificación táctica-operativa de aserríos madereros. Colombia Forestal. 15(2): 227 – 245.

INFOR (INSTITUTO FORESTAL). 1987. Manual N°15. Tablas de conversión mecánica y elaboración. Ministerio de Agricultura, Gobierno de Chile.

INFOR (INSTITUTO FORESTAL). 2005. El sector forestal chileno en una mirada. Ministerio de Agricultura, Gobierno de Chile.

INFOR (INSTITUTO FORESTAL). 2012A. Anuario Forestal. Ministerio de Agricultura, Gobierno de Chile. Boletín Estadístico N° 136.

INFOR (INSTITUTO FORESTAL). 2012B. Exportaciones forestales chilenas. Ministerio de Agricultura, Gobierno de Chile. Boletín Estadístico N° 138.

INFOR (INSTITUTO FORESTAL). 2012C. La industria del aserrío. Ministerio de Agricultura, Gobierno de Chile. Boletín N° 137.

INN (INSTITUTO NACIONAL DE NORMALIZACIÓN). 1976. NCh 1222. Of76. Trozas – Clasificación – Terminología y métodos de medición de los defectos. Ministerio de Agricultura. Gobierno de Chile.

KARSULOVIC, J.; DINATOR, M.; MORALES, J.; GAETE V.; BARRIOS, A. 2005. Determinación del diámetro del cilindro central defectuoso en trozas podadas de pino radiata (*Pinus radiata*) mediante atenuación de radiación gamma. Bosque. 26(1): 109 – 122.

KLINE, D.; HOU, Y.; CONNERS, R.; SCHMOLDT, D.; ARAMAN, P. 1992. Lumber scanning system for surface defect detection. International Winter Meeting. Nashville, Tennessee. USA.

KOLLER, R. 2003. Un modelo de optimización de patrón de corte para la industria del aserrío. Trabajo para obtener título de Ingeniero Civil en Industrias Forestales. Concepción – Chile. Facultad de Ingeniería, Universidad del Bio-Bio. 90 p.



- LIN, W.; WANG, J. 2012.** An integrated 3D log processing optimization system for hardwood sawmills in central Appalachia, USA. *Computers and Electronics in Agriculture*. 82: 61 – 74.
- LIN, W.; WANG, J.; THOMAS, E. 2010.** A 3D optimal sawing system for small sawmills in central Appalachia. *Proceedings of the 17th Central Hardwood Forest Conference. General Technical Report NRS-P-78*. USDA Forest Service, Northern Research Station, Newtown Square. 67–76.
- LIN, W.; WANG, J.; THOMAS, E. 2011.** A 3D optimal sawing system for small sawmills in central Appalachia, US. *Wood and Fiber Science*. 43 (4): 379 – 392.
- MANESS, T.; ADAMS, D. 1991.** The combined optimization of log bucking and sawing strategies. *Wood and Fiber*. 23 (2): 296 – 314.
- MATURANA, S.; PIZANI, E.; VERA, J. 2010.** Scheduling production for a sawmill: A comparison of a mathematical model versus a heuristic. *Computers & Industrial Engineering*. 59(4): 667 – 674.
- MCPHALEN, J. 1978.** A method of evaluating bucking and sawing strategies for sawlogs (Master thesis). Vancouver: University of British Columbia. 160 p.
- MENDOZA, G.; SPROUSE, W.; LUPPOLD, W.; ARAMAN, P.; MEIMBAN, R. 1991.** An integrated management support and production control system for hardwood forest products. *Computers in Industry*. 16(1): 343-350.
- MONTGOMERY, D. 2004.** Diseño y análisis de experimentos. Limusa Wiley, México.
- NOVAK, R., 2007.** Um sistema de otimização aplicada ao desdobro de madeira. (Tesis de Maestría). Curitiba: Federal do Paraná. 141 p.
- OCCEÑA, L.; CHEN, W.; SCHMOLDT, D. 1995.** Procedures for geometric data reduction in solid log modelling. *Institute of Industrial Engineers. 4th industrial Engineering Research Conference Proceedings*. 276 – 279.
- O'HARA, K. 2007.** Pruning wounds and occlusion: a long-standing conundrum in forestry. *Journal of Forestry*. 105 (3):131 – 138
- OJEA, I. 2008.** Un algoritmo para el problema de corte de stock en dos dimensiones por matching iterado. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 73 p.
- QUINTERO, M.; ROSSO, F. 2001.** Propuesta de un simulador de aserraderos para la industria forestal Venezolana. *Revista Forestal de Venezuela*. 45(1): 95 – 101.
- REINDERS, M. 1992.** Cutting stock optimization and integral production planning for centralized wood processing. *Mathematical and Computer Modelling*. 16(1): 37 – 55.



- SAMSON, M. 1993.** Modelling of knots in logs. *Wood Science and Technology*. 27: 429 – 437
- SKATTER, S. 1998.** Determination of cross-sectional shape of softwood logs from three x-ray projections using an elliptical model. *Holz als Roh-und Werkstoff*. 56: 179 – 186
- THAWORNWONG, S.; OCCEÑA L.; SCHMOLDT, D. 2003.** Lumber value differences from reduced CT spatial resolution and simulated log sawing. *Computers and Electronics in Agriculture*. 41: 23 – 43.
- THOMAS, E. 2008.** Predicting internal Yellow-Poplar log defect features using surface indicators. *Wood and Fiber Science*. 40 (1): 14 – 22.
- TODOROKI, C.; RÖNNQVIST, E. 1999.** Combined primary and secondary log breakdown optimisation. *Journal of the operational research society*. 50: 219-229.
- TOLEDO, M. 2007.** Comportamiento del largo de internudos en plantaciones de *Pinus radiata* D. Don en sitios ex agrícolas de la VII región. Trabajo para obtener título de Ingeniero Forestal. Valdivia – Chile. Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Austral de Chile. 46 p.
- WÄSCHER, G.; HAUBNER, H.; SCHUMANN, H. 2007.** An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*. 183(3): 1109 - 1130.
- ZANJANI, K.; AIT-KADI, D.; NOURELFATH. M. 2010.** Robust production planning in a manufacturing environment with random yield: A case in sawmill production planning. *European Journal of Operational Research*. 201(3): 882 – 891.
- ZHENG, Y.; WAGNER, F.; STEELE, P.; JI, Z. 1989.** Two-dimensional geometric theory for maximizing lumber yield from logs. *Wood and Fiber Science*. 21 (1): 91 – 100.



APÉNDICE I

TABLA EN EXTENSO DEL APROVECHAMIENTO Y UTILIDAD NETA DE LAS TROZAS SEGÚN ALGORITMO DE PROGRAMACIÓN DINÁMICA.

TROZA	DIAM (cm)	CONICID (mm/m)	CURVAT (mm/m)	ALGORITMO									
				APROVECHAMIENTO					INGRESOS			UTILIDAD NETA	
				APROV	PROM	CLEAR (m3)	NUDOSA (m3)	TOTAL (m3)	CLEAR	NUDOSA	TOTAL	NETA	PROM
11	16	7,22	26,28	70%	63%	0,017	0,040	0,057	\$ 1.943	\$ 2.974	\$ 4.917	\$ 4.044	\$ 5.614
17	16	5,31	18,84	79%	63%	0,036	0,028	0,065	\$ 4.106	\$ 2.094	\$ 6.200	\$ 5.327	\$ 5.614
64	16	6,15	12,86	61%	63%	0,018	0,032	0,050	\$ 2.055	\$ 2.380	\$ 4.435	\$ 3.562	\$ 5.614
5	18	6,46	23,47	59%	63%	0,011	0,050	0,061	\$ 1.295	\$ 3.718	\$ 5.013	\$ 3.908	\$ 5.614
6	18	6,96	49,61	75%	63%	0,029	0,048	0,077	\$ 3.312	\$ 3.569	\$ 6.881	\$ 5.776	\$ 5.614
8	18	8,92	31,05	67%	63%	0,034	0,035	0,069	\$ 3.807	\$ 2.617	\$ 6.425	\$ 5.320	\$ 5.614
10	18	6,34	11,86	76%	63%	0,054	0,025	0,078	\$ 6.046	\$ 1.843	\$ 7.889	\$ 6.784	\$ 5.614
16	18	1,60	32,41	65%	63%	0,035	0,032	0,067	\$ 3.968	\$ 2.380	\$ 6.348	\$ 5.243	\$ 5.614
21	18	13,82	52,61	68%	63%	0,023	0,048	0,071	\$ 2.559	\$ 3.569	\$ 6.128	\$ 5.023	\$ 5.614
22	18	6,98	27,17	73%	63%	0,036	0,040	0,076	\$ 4.050	\$ 2.974	\$ 7.024	\$ 5.919	\$ 5.614
23	18	2,38	18,87	66%	63%	0,037	0,032	0,069	\$ 4.149	\$ 2.380	\$ 6.528	\$ 5.424	\$ 5.614
24	18	3,30	44,24	64%	63%	0,027	0,040	0,067	\$ 3.023	\$ 2.974	\$ 5.997	\$ 4.893	\$ 5.614
29	18	3,98	14,38	66%	63%	0,040	0,028	0,069	\$ 4.555	\$ 2.094	\$ 6.649	\$ 5.544	\$ 5.614
36	18	3,46	9,95	65%	63%	0,039	0,028	0,067	\$ 4.402	\$ 2.094	\$ 6.496	\$ 5.391	\$ 5.614
38	18	2,88	21,16	68%	63%	0,039	0,032	0,071	\$ 4.390	\$ 2.380	\$ 6.770	\$ 5.665	\$ 5.614
41	18	6,92	15,42	55%	63%	0,022	0,035	0,057	\$ 2.487	\$ 2.617	\$ 5.105	\$ 4.000	\$ 5.614
42	18	1,87	27,40	66%	63%	0,019	0,050	0,069	\$ 2.120	\$ 3.718	\$ 5.838	\$ 4.733	\$ 5.614
45	18	2,49	12,18	66%	63%	0,044	0,025	0,069	\$ 4.934	\$ 1.843	\$ 6.777	\$ 5.672	\$ 5.614
46	18	4,18	23,41	68%	63%	0,038	0,032	0,070	\$ 4.292	\$ 2.380	\$ 6.672	\$ 5.567	\$ 5.614
47	18	4,60	8,41	66%	63%	0,044	0,025	0,068	\$ 4.915	\$ 1.843	\$ 6.758	\$ 5.653	\$ 5.614
49	18	10,14	15,11	62%	63%	0,032	0,032	0,064	\$ 3.647	\$ 2.380	\$ 6.027	\$ 4.922	\$ 5.614
51	18	16,69	24,36	72%	63%	0,039	0,035	0,075	\$ 4.452	\$ 2.617	\$ 7.070	\$ 5.965	\$ 5.614



52	18	3,54	16,13	68%	63%	0,038	0,032	0,070	\$ 4.302	\$ 2.380	\$ 6.682	\$ 5.577	\$ 5.614
56	18	7,71	53,66	58%	63%	0,010	0,050	0,060	\$ 1.160	\$ 3.718	\$ 4.878	\$ 3.773	\$ 5.614
57	18	4,29	41,66	50%	63%	0,016	0,035	0,052	\$ 1.841	\$ 2.617	\$ 4.458	\$ 3.354	\$ 5.614
59	18	4,29	19,74	67%	63%	0,041	0,028	0,069	\$ 4.618	\$ 2.094	\$ 6.712	\$ 5.607	\$ 5.614
60	18	5,37	19,16	69%	63%	0,040	0,032	0,072	\$ 4.485	\$ 2.380	\$ 6.864	\$ 5.760	\$ 5.614
61	18	9,37	16,12	65%	63%	0,040	0,028	0,068	\$ 4.465	\$ 2.094	\$ 6.559	\$ 5.454	\$ 5.614
62	18	5,93	45,13	69%	63%	0,032	0,040	0,072	\$ 3.607	\$ 2.974	\$ 6.582	\$ 5.477	\$ 5.614
65	18	4,36	29,28	64%	63%	0,034	0,032	0,066	\$ 3.887	\$ 2.380	\$ 6.267	\$ 5.162	\$ 5.614
67	18	4,29	44,03	55%	63%	0,021	0,035	0,057	\$ 2.418	\$ 2.617	\$ 5.036	\$ 3.931	\$ 5.614
69	18	3,44	13,68	61%	63%	0,035	0,028	0,063	\$ 3.950	\$ 2.094	\$ 6.044	\$ 4.940	\$ 5.614
70	18	1,25	16,58	58%	63%	0,032	0,028	0,060	\$ 3.587	\$ 2.094	\$ 5.681	\$ 4.576	\$ 5.614
71	18	2,98	34,74	58%	63%	0,020	0,040	0,060	\$ 2.296	\$ 2.974	\$ 5.270	\$ 4.203	\$ 5.614
72	18	4,12	29,66	59%	63%	0,021	0,040	0,061	\$ 2.333	\$ 2.974	\$ 5.307	\$ 4.203	\$ 5.614
73	18	3,80	17,74	63%	63%	0,034	0,032	0,066	\$ 3.797	\$ 2.380	\$ 6.176	\$ 5.072	\$ 5.614
74	18	2,85	22,47	64%	63%	0,038	0,028	0,066	\$ 4.267	\$ 2.094	\$ 6.361	\$ 5.256	\$ 5.614
75	18	8,11	22,59	61%	63%	0,031	0,032	0,063	\$ 3.499	\$ 2.380	\$ 5.879	\$ 4.774	\$ 5.614
77	18	4,95	13,00	61%	63%	0,031	0,032	0,063	\$ 3.507	\$ 2.380	\$ 5.887	\$ 4.782	\$ 5.614
79	18	5,04	18,69	68%	63%	0,035	0,035	0,070	\$ 3.938	\$ 2.617	\$ 6.556	\$ 5.451	\$ 5.614
80	18	6,12	13,71	68%	63%	0,039	0,032	0,071	\$ 4.354	\$ 2.380	\$ 6.734	\$ 5.629	\$ 5.614
85	18	9,53	22,39	67%	63%	0,034	0,035	0,070	\$ 3.889	\$ 2.617	\$ 6.507	\$ 5.402	\$ 5.614
86	18	0,09	37,33	60%	63%	0,027	0,035	0,062	\$ 3.056	\$ 2.617	\$ 5.673	\$ 4.569	\$ 5.614
88	18	4,56	15,48	59%	63%	0,033	0,028	0,062	\$ 3.770	\$ 2.094	\$ 5.864	\$ 4.759	\$ 5.614
89	18	13,31	31,19	68%	63%	0,031	0,040	0,071	\$ 3.489	\$ 2.974	\$ 6.463	\$ 5.359	\$ 5.614
91	18	0,54	21,76	67%	63%	0,029	0,040	0,069	\$ 3.319	\$ 2.974	\$ 6.293	\$ 5.188	\$ 5.614
96	18	1,87	12,96	59%	63%	0,036	0,025	0,061	\$ 4.084	\$ 1.843	\$ 5.926	\$ 4.821	\$ 5.614
97	18	1,16	13,28	58%	63%	0,032	0,028	0,060	\$ 3.563	\$ 2.094	\$ 5.657	\$ 4.553	\$ 5.614
98	18	19,42	16,92	70%	63%	0,033	0,040	0,073	\$ 3.696	\$ 2.974	\$ 6.670	\$ 5.565	\$ 5.614
99	18	4,04	18,90	66%	63%	0,040	0,028	0,068	\$ 4.542	\$ 2.094	\$ 6.636	\$ 5.531	\$ 5.614
100	18	4,05	7,90	62%	63%	0,039	0,025	0,064	\$ 4.401	\$ 1.843	\$ 6.243	\$ 5.138	\$ 5.614
1	20	4,59	13,00	67%	63%	0,061	0,025	0,086	\$ 6.900	\$ 1.843	\$ 8.743	\$ 7.379	\$ 5.614
2	20	13,74	45,48	65%	63%	0,035	0,048	0,083	\$ 3.928	\$ 3.569	\$ 7.497	\$ 6.133	\$ 5.614
3	20	3,11	35,76	74%	63%	0,024	0,070	0,094	\$ 2.760	\$ 5.205	\$ 7.965	\$ 6.602	\$ 5.614
4	20	6,18	27,07	60%	63%	0,027	0,050	0,077	\$ 3.075	\$ 3.718	\$ 6.793	\$ 5.429	\$ 5.614



13	20	1,86	21,59	62%	63%	0,052	0,028	0,080	\$ 5.835	\$ 2.094	\$ 7.929	\$ 6.565	\$ 5.614
14	20	4,49	35,86	59%	63%	0,036	0,040	0,076	\$ 4.040	\$ 2.974	\$ 7.014	\$ 5.650	\$ 5.614
15	20	2,62	36,37	63%	63%	0,040	0,040	0,080	\$ 4.529	\$ 2.974	\$ 7.503	\$ 7.503	\$ 5.614
18	20	3,39	31,64	58%	63%	0,024	0,050	0,074	\$ 2.706	\$ 3.718	\$ 6.424	\$ 5.060	\$ 5.614
19	20	1,85	23,15	60%	63%	0,042	0,035	0,077	\$ 4.738	\$ 2.617	\$ 7.355	\$ 5.991	\$ 5.614
20	20	1,64	25,30	52%	63%	0,038	0,028	0,067	\$ 4.335	\$ 2.094	\$ 6.429	\$ 5.065	\$ 5.614
25	20	3,76	19,26	61%	63%	0,038	0,040	0,078	\$ 4.338	\$ 2.974	\$ 7.313	\$ 5.949	\$ 5.614
26	20	5,76	18,67	59%	63%	0,036	0,040	0,076	\$ 4.041	\$ 2.974	\$ 7.015	\$ 5.651	\$ 5.614
27	20	3,86	14,49	71%	63%	0,062	0,028	0,090	\$ 7.010	\$ 2.094	\$ 9.104	\$ 7.740	\$ 5.614
28	20	6,82	23,24	61%	63%	0,028	0,050	0,078	\$ 3.156	\$ 3.718	\$ 6.874	\$ 5.510	\$ 5.614
30	20	10,18	37,93	64%	63%	0,032	0,050	0,082	\$ 3.562	\$ 3.718	\$ 7.280	\$ 5.916	\$ 5.614
31	20	3,49	36,95	56%	63%	0,036	0,035	0,071	\$ 4.081	\$ 2.617	\$ 6.699	\$ 5.335	\$ 5.614
32	20	7,44	36,81	53%	63%	0,028	0,040	0,068	\$ 3.165	\$ 2.974	\$ 6.140	\$ 4.776	\$ 5.614
33	20	2,97	40,77	55%	63%	0,036	0,035	0,071	\$ 4.015	\$ 2.617	\$ 6.632	\$ 5.268	\$ 5.614
34	20	6,31	17,62	57%	63%	0,033	0,040	0,073	\$ 3.716	\$ 2.974	\$ 6.690	\$ 5.326	\$ 5.614
37	20	4,24	25,15	56%	63%	0,040	0,032	0,072	\$ 4.482	\$ 2.380	\$ 6.861	\$ 5.497	\$ 5.614
40	20	2,00	38,39	64%	63%	0,022	0,060	0,082	\$ 2.442	\$ 4.462	\$ 6.904	\$ 5.540	\$ 5.614
43	20	9,39	11,10	64%	63%	0,047	0,035	0,083	\$ 5.338	\$ 2.617	\$ 7.955	\$ 6.591	\$ 5.614
44	20	6,31	33,60	53%	63%	0,028	0,040	0,068	\$ 3.175	\$ 2.974	\$ 6.150	\$ 4.786	\$ 5.614
50	20	3,14	11,00	57%	63%	0,044	0,028	0,073	\$ 5.008	\$ 2.094	\$ 7.102	\$ 5.738	\$ 5.614
53	20	5,92	41,48	66%	63%	0,015	0,070	0,085	\$ 1.667	\$ 5.205	\$ 6.872	\$ 5.509	\$ 5.614
54	20	11,07	21,30	73%	63%	0,061	0,032	0,093	\$ 6.900	\$ 2.380	\$ 9.280	\$ 7.916	\$ 5.614
55	20	6,38	18,00	51%	63%	0,033	0,032	0,065	\$ 3.762	\$ 2.380	\$ 6.141	\$ 4.778	\$ 5.614
63	20	2,69	20,76	63%	63%	0,041	0,040	0,081	\$ 4.583	\$ 2.974	\$ 7.558	\$ 6.194	\$ 5.614
66	20	10,17	13,85	70%	63%	0,061	0,028	0,089	\$ 6.870	\$ 2.094	\$ 8.964	\$ 7.600	\$ 5.614
68	20	6,13	14,69	62%	63%	0,051	0,028	0,080	\$ 5.798	\$ 2.094	\$ 7.892	\$ 6.528	\$ 5.614
76	20	7,09	23,14	65%	63%	0,041	0,042	0,083	\$ 4.593	\$ 3.141	\$ 7.734	\$ 6.370	\$ 5.614
78	20	7,91	9,45	64%	63%	0,057	0,025	0,082	\$ 6.403	\$ 1.843	\$ 8.245	\$ 6.882	\$ 5.614
81	20	3,34	15,61	60%	63%	0,037	0,040	0,077	\$ 4.122	\$ 2.974	\$ 7.096	\$ 5.732	\$ 5.614
82	20	3,04	46,73	65%	63%	0,013	0,070	0,083	\$ 1.470	\$ 5.205	\$ 6.675	\$ 5.311	\$ 5.614
83	20	10,54	38,92	56%	63%	0,021	0,050	0,071	\$ 2.404	\$ 3.718	\$ 6.122	\$ 4.758	\$ 5.614
84	20	8,42	23,95	61%	63%	0,038	0,040	0,078	\$ 4.258	\$ 2.974	\$ 7.233	\$ 5.869	\$ 5.614
87	20	9,82	20,44	62%	63%	0,052	0,028	0,080	\$ 5.839	\$ 2.094	\$ 7.933	\$ 6.569	\$ 5.614



90	20	3,52	20,71	60%	63%	0,045	0,032	0,077	\$ 5.122	\$ 2.380	\$ 7.502	\$ 6.138	\$ 5.614
92	20	4,98	46,29	56%	63%	0,031	0,040	0,071	\$ 3.528	\$ 2.974	\$ 6.503	\$ 5.139	\$ 5.614
93	20	12,00	37,67	62%	63%	0,040	0,040	0,080	\$ 4.509	\$ 2.974	\$ 7.483	\$ 6.119	\$ 5.614
94	20	9,56	24,86	62%	63%	0,020	0,060	0,080	\$ 2.233	\$ 4.462	\$ 6.694	\$ 5.330	\$ 5.614
95	20	10,91	19,00	64%	63%	0,041	0,040	0,081	\$ 4.679	\$ 2.974	\$ 7.654	\$ 6.290	\$ 5.614
7	22	3,54	14,28	65%	63%	0,073	0,028	0,101	\$ 8.210	\$ 2.094	\$ 10.304	\$ 8.653	\$ 5.614
12	22	6,67	12,56	55%	63%	0,045	0,040	0,085	\$ 5.031	\$ 2.974	\$ 8.006	\$ 6.355	\$ 5.614
35	22	3,09	19,99	57%	63%	0,056	0,032	0,088	\$ 6.315	\$ 2.380	\$ 8.694	\$ 7.044	\$ 5.614
39	22	1,54	12,56	65%	63%	0,076	0,025	0,101	\$ 8.552	\$ 1.843	\$ 10.394	\$ 8.744	\$ 5.614
48	22	4,78	19,16	60%	63%	0,060	0,032	0,092	\$ 6.819	\$ 2.380	\$ 9.198	\$ 7.548	\$ 5.614
58	22	11,98	44,03	52%	63%	0,040	0,040	0,080	\$ 4.538	\$ 2.974	\$ 7.512	\$ 5.862	\$ 5.614
9	24	6,25	34,93	62%	63%	0,064	0,050	0,114	\$ 7.207	\$ 3.718	\$ 10.925	\$ 8.961	\$ 5.614
MEDIA	19			70%	63%	0,017	0,040	0,057	\$ 1.943	\$ 2.974	\$ 4.917	\$ 4.044	\$ 5.614
DESVEST	1			79%	63%	0,036	0,028	0,065	\$ 4.106	\$ 2.094	\$ 6.200	\$ 5.327	\$ 5.614
MAX	24			61%	63%	0,018	0,032	0,050	\$ 2.055	\$ 2.380	\$ 4.435	\$ 3.562	\$ 5.614
MIN	16			59%	63%	0,011	0,050	0,061	\$ 1.295	\$ 3.718	\$ 5.013	\$ 3.908	\$ 5.614

TABLA EN EXTENSO DEL APROVECHAMIENTO Y UTILIDAD NETA DE LAS TROZAS SEGÚN HEURÍSTICA

TROZA	DIAM (cm)	CONICID (mm/m)	CURVAT (mm/m)	HEURÍSTICA									
				APROVECHAMIENTO					INGRESOS			UTILIDAD NETA	
				APROV	PROM	CLEAR (m3)	NUDOSA (m3)	TOTAL (m3)	CLEAR	NUDOSA	TOTAL	NETA	PROM
11	16	7,22	26,28	63%	61%	0,018	0,033	0,051	\$ 2.056	\$ 2.455	\$ 4.511	\$ 3.638	\$ 5.164
17	16	5,31	18,84	72%	61%	0,027	0,032	0,059	\$ 3.073	\$ 2.380	\$ 5.453	\$ 4.580	\$ 5.164
64	16	6,15	12,86	54%	61%	0,034	0,010	0,044	\$ 3.873	\$ 714	\$ 4.587	\$ 3.714	\$ 5.164
5	18	6,46	23,47	54%	61%	0,024	0,032	0,056	\$ 2.659	\$ 2.380	\$ 5.039	\$ 3.934	\$ 5.164
6	18	6,96	49,61	61%	61%	0,054	0,010	0,064	\$ 6.092	\$ 714	\$ 6.806	\$ 5.701	\$ 5.164
8	18	8,92	31,05	66%	61%	0,036	0,032	0,068	\$ 4.097	\$ 2.380	\$ 6.477	\$ 5.372	\$ 5.164
10	18	6,34	11,86	66%	61%	0,016	0,053	0,069	\$ 1.812	\$ 3.926	\$ 5.739	\$ 4.634	\$ 5.164
16	18	1,60	32,41	57%	61%	0,027	0,032	0,059	\$ 3.053	\$ 2.380	\$ 5.433	\$ 4.328	\$ 5.164
21	18	13,82	52,61	66%	61%	0,037	0,032	0,069	\$ 4.141	\$ 2.380	\$ 6.521	\$ 5.416	\$ 5.164



22	18	6,98	27,17	73%	61%	0,043	0,032	0,075	\$ 4.880	\$ 2.380	\$ 7.259	\$ 6.155	\$ 5.164
23	18	2,38	18,87	68%	61%	0,022	0,048	0,070	\$ 2.487	\$ 3.569	\$ 6.056	\$ 4.951	\$ 5.164
24	18	3,30	44,24	53%	61%	0,023	0,032	0,055	\$ 2.600	\$ 2.380	\$ 4.980	\$ 3.875	\$ 5.164
29	18	3,98	14,38	65%	61%	0,020	0,047	0,067	\$ 2.295	\$ 3.474	\$ 5.769	\$ 4.664	\$ 5.164
36	18	3,46	9,95	60%	61%	0,018	0,045	0,063	\$ 2.001	\$ 3.331	\$ 5.332	\$ 4.227	\$ 5.164
38	18	2,88	21,16	69%	61%	0,027	0,045	0,072	\$ 3.072	\$ 3.331	\$ 6.403	\$ 5.299	\$ 5.164
41	18	6,92	15,42	63%	61%	0,021	0,045	0,065	\$ 2.322	\$ 3.331	\$ 5.654	\$ 4.549	\$ 5.164
42	18	1,87	27,40	66%	61%	0,026	0,043	0,068	\$ 2.917	\$ 3.165	\$ 6.082	\$ 4.977	\$ 5.164
45	18	2,49	12,18	67%	61%	0,023	0,047	0,070	\$ 2.612	\$ 3.474	\$ 6.086	\$ 4.981	\$ 5.164
46	18	4,18	23,41	66%	61%	0,024	0,045	0,069	\$ 2.693	\$ 3.331	\$ 6.025	\$ 4.920	\$ 5.164
47	18	4,60	8,41	68%	61%	0,024	0,047	0,071	\$ 2.683	\$ 3.474	\$ 6.157	\$ 5.052	\$ 5.164
49	18	10,14	15,11	69%	61%	0,025	0,047	0,071	\$ 2.768	\$ 3.474	\$ 6.242	\$ 5.137	\$ 5.164
51	18	16,69	24,36	71%	61%	0,029	0,045	0,074	\$ 3.307	\$ 3.331	\$ 6.639	\$ 5.534	\$ 5.164
52	18	3,54	16,13	70%	61%	0,026	0,047	0,073	\$ 2.927	\$ 3.474	\$ 6.401	\$ 5.296	\$ 5.164
56	18	7,71	53,66	61%	61%	0,031	0,032	0,063	\$ 3.511	\$ 2.380	\$ 5.891	\$ 4.786	\$ 5.164
57	18	4,29	41,66	39%	61%	0,031	0,010	0,040	\$ 3.475	\$ 714	\$ 4.189	\$ 3.084	\$ 5.164
59	18	4,29	19,74	66%	61%	0,022	0,047	0,068	\$ 2.427	\$ 3.474	\$ 5.901	\$ 4.796	\$ 5.164
60	18	5,37	19,16	64%	61%	0,034	0,032	0,066	\$ 3.820	\$ 2.380	\$ 6.199	\$ 5.094	\$ 5.164
61	18	9,37	16,12	70%	61%	0,025	0,047	0,072	\$ 2.868	\$ 3.474	\$ 6.342	\$ 5.238	\$ 5.164
62	18	5,93	45,13	67%	61%	0,029	0,041	0,070	\$ 3.293	\$ 3.022	\$ 6.315	\$ 5.210	\$ 5.164
65	18	4,36	29,28	49%	61%	0,030	0,010	0,040	\$ 3.406	\$ 714	\$ 4.120	\$ 3.247	\$ 5.164
67	18	4,29	44,03	61%	61%	0,023	0,041	0,063	\$ 2.568	\$ 3.022	\$ 5.590	\$ 4.485	\$ 5.164
69	18	3,44	13,68	61%	61%	0,017	0,047	0,063	\$ 1.875	\$ 3.474	\$ 5.349	\$ 4.244	\$ 5.164
70	18	1,25	16,58	56%	61%	0,017	0,041	0,058	\$ 1.942	\$ 3.022	\$ 4.964	\$ 3.859	\$ 5.164
71	18	2,98	34,74	56%	61%	0,026	0,032	0,058	\$ 2.965	\$ 2.380	\$ 5.345	\$ 4.240	\$ 5.164
72	18	4,12	29,66	62%	61%	0,024	0,041	0,064	\$ 2.684	\$ 3.022	\$ 5.706	\$ 4.601	\$ 5.164
73	18	3,80	17,74	66%	61%	0,024	0,045	0,069	\$ 2.697	\$ 3.331	\$ 6.028	\$ 4.924	\$ 5.164
74	18	2,85	22,47	64%	61%	0,035	0,032	0,067	\$ 3.921	\$ 2.380	\$ 6.300	\$ 5.196	\$ 5.164
75	18	8,11	22,59	64%	61%	0,022	0,045	0,067	\$ 2.472	\$ 3.331	\$ 5.803	\$ 4.698	\$ 5.164
77	18	4,95	13,00	64%	61%	0,022	0,045	0,066	\$ 2.435	\$ 3.331	\$ 5.766	\$ 4.661	\$ 5.164
79	18	5,04	18,69	72%	61%	0,032	0,043	0,075	\$ 3.606	\$ 3.165	\$ 6.770	\$ 5.666	\$ 5.164
80	18	6,12	13,71	68%	61%	0,022	0,049	0,071	\$ 2.477	\$ 3.617	\$ 6.094	\$ 4.990	\$ 5.164
85	18	9,53	22,39	69%	61%	0,029	0,043	0,071	\$ 3.234	\$ 3.165	\$ 6.399	\$ 5.294	\$ 5.164



86	18	0,09	37,33	62%	61%	0,032	0,032	0,064	\$ 3.645	\$ 2.380	\$ 6.024	\$ 4.920	\$ 5.164
88	18	4,56	15,48	64%	61%	0,020	0,047	0,067	\$ 2.234	\$ 3.474	\$ 5.708	\$ 4.603	\$ 5.164
89	18	13,31	31,19	74%	61%	0,030	0,047	0,077	\$ 3.437	\$ 3.474	\$ 6.911	\$ 5.806	\$ 5.164
91	18	0,54	21,76	70%	61%	0,028	0,045	0,073	\$ 3.160	\$ 3.331	\$ 6.492	\$ 5.387	\$ 5.164
96	18	1,87	12,96	58%	61%	0,017	0,043	0,060	\$ 1.971	\$ 3.165	\$ 5.136	\$ 4.031	\$ 5.164
97	18	1,16	13,28	61%	61%	0,017	0,047	0,063	\$ 1.866	\$ 3.474	\$ 5.340	\$ 4.235	\$ 5.164
98	18	19,42	16,92	62%	61%	0,032	0,032	0,064	\$ 3.660	\$ 2.380	\$ 6.040	\$ 4.935	\$ 5.164
99	18	4,04	18,90	69%	61%	0,023	0,049	0,072	\$ 2.592	\$ 3.617	\$ 6.209	\$ 5.104	\$ 5.164
100	18	4,05	7,90	61%	61%	0,017	0,047	0,064	\$ 1.894	\$ 3.474	\$ 5.368	\$ 4.263	\$ 5.164
1	20	4,59	13,00	65%	61%	0,027	0,057	0,084	\$ 3.001	\$ 4.236	\$ 7.236	\$ 5.872	\$ 5.164
2	20	13,74	45,48	65%	61%	0,039	0,045	0,083	\$ 4.350	\$ 3.331	\$ 7.682	\$ 6.318	\$ 5.164
3	20	3,11	35,76	50%	61%	0,024	0,041	0,065	\$ 2.706	\$ 3.022	\$ 5.728	\$ 4.364	\$ 5.164
4	20	6,18	27,07	56%	61%	0,031	0,041	0,072	\$ 3.551	\$ 3.022	\$ 6.573	\$ 5.209	\$ 5.164
13	20	1,86	21,59	63%	61%	0,028	0,053	0,081	\$ 3.205	\$ 3.926	\$ 7.131	\$ 5.768	\$ 5.164
14	20	4,49	35,86	61%	61%	0,030	0,078	0,108	\$ 3.344	\$ 3.617	\$ 6.960	\$ 5.596	\$ 5.164
15	20	2,62	36,37	49%	61%	0,030	0,032	0,062	\$ 3.394	\$ 2.380	\$ 5.774	\$ 4.410	\$ 5.164
18	20	3,39	31,64	64%	61%	0,029	0,053	0,082	\$ 3.279	\$ 3.926	\$ 7.206	\$ 5.842	\$ 5.164
19	20	1,85	23,15	59%	61%	0,031	0,045	0,076	\$ 3.516	\$ 3.331	\$ 6.847	\$ 5.483	\$ 5.164
20	20	1,64	25,30	52%	61%	0,025	0,043	0,067	\$ 2.772	\$ 3.165	\$ 5.937	\$ 4.573	\$ 5.164
25	20	3,76	19,26	59%	61%	0,032	0,043	0,075	\$ 3.656	\$ 3.165	\$ 6.821	\$ 5.457	\$ 5.164
26	20	5,76	18,67	58%	61%	0,028	0,047	0,075	\$ 3.137	\$ 3.474	\$ 6.611	\$ 5.247	\$ 5.164
27	20	3,86	14,49	68%	61%	0,033	0,055	0,087	\$ 3.690	\$ 4.069	\$ 7.759	\$ 4.069	\$ 5.164
28	20	6,82	23,24	55%	61%	0,038	0,032	0,070	\$ 4.286	\$ 2.380	\$ 6.666	\$ 5.302	\$ 5.164
30	20	10,18	37,93	65%	61%	0,037	0,047	0,084	\$ 4.159	\$ 3.474	\$ 7.634	\$ 6.270	\$ 5.164
31	20	3,49	36,95	54%	61%	0,037	0,032	0,069	\$ 4.199	\$ 2.380	\$ 6.578	\$ 5.214	\$ 5.164
32	20	7,44	36,81	57%	61%	0,033	0,041	0,073	\$ 3.676	\$ 3.022	\$ 6.698	\$ 5.334	\$ 5.164
33	20	2,97	40,77	52%	61%	0,035	0,032	0,067	\$ 3.904	\$ 2.380	\$ 6.283	\$ 4.919	\$ 5.164
34	20	6,31	17,62	61%	61%	0,028	0,051	0,078	\$ 3.134	\$ 3.760	\$ 6.893	\$ 5.530	\$ 5.164
37	20	4,24	25,15	58%	61%	0,030	0,045	0,075	\$ 3.392	\$ 3.331	\$ 6.723	\$ 5.359	\$ 5.164
40	20	2,00	38,39	51%	61%	0,033	0,032	0,065	\$ 3.753	\$ 2.380	\$ 6.132	\$ 4.768	\$ 5.164
43	20	9,39	11,10	68%	61%	0,030	0,057	0,087	\$ 3.372	\$ 4.212	\$ 7.584	\$ 6.220	\$ 5.164
44	20	6,31	33,60	60%	61%	0,036	0,041	0,076	\$ 4.009	\$ 3.022	\$ 7.031	\$ 5.667	\$ 5.164
50	20	3,14	11,00	58%	61%	0,025	0,049	0,074	\$ 2.869	\$ 3.617	\$ 6.485	\$ 5.121	\$ 5.164



53	20	5,92	41,48	57%	61%	0,030	0,043	0,073	\$ 3.422	\$ 3.165	\$ 6.587	\$ 5.223	\$ 5.164
54	20	11,07	21,30	71%	61%	0,030	0,061	0,091	\$ 3.376	\$ 4.521	\$ 7.897	\$ 6.533	\$ 5.164
55	20	6,38	18,00	59%	61%	0,031	0,045	0,076	\$ 3.516	\$ 3.331	\$ 6.847	\$ 5.483	\$ 5.164
63	20	2,69	20,76	58%	61%	0,026	0,049	0,075	\$ 2.927	\$ 3.617	\$ 6.544	\$ 5.180	\$ 5.164
66	20	10,17	13,85	68%	61%	0,035	0,053	0,087	\$ 3.899	\$ 3.926	\$ 7.825	\$ 6.461	\$ 5.164
68	20	6,13	14,69	64%	61%	0,027	0,055	0,082	\$ 3.069	\$ 4.069	\$ 7.138	\$ 5.774	\$ 5.164
76	20	7,09	23,14	53%	61%	0,036	0,032	0,068	\$ 4.084	\$ 2.380	\$ 6.463	\$ 5.099	\$ 5.164
78	20	7,91	9,45	65%	61%	0,028	0,055	0,083	\$ 3.200	\$ 4.069	\$ 7.269	\$ 5.905	\$ 5.164
81	20	3,34	15,61	57%	61%	0,029	0,045	0,074	\$ 3.246	\$ 3.331	\$ 6.577	\$ 5.213	\$ 5.164
82	20	3,04	46,73	46%	61%	0,049	0,010	0,059	\$ 5.572	\$ 714	\$ 6.286	\$ 4.922	\$ 5.164
83	20	10,54	38,92	56%	61%	0,024	0,047	0,071	\$ 2.746	\$ 3.474	\$ 6.220	\$ 4.856	\$ 5.164
84	20	8,42	23,95	61%	61%	0,033	0,045	0,078	\$ 3.741	\$ 3.331	\$ 7.072	\$ 5.708	\$ 5.164
87	20	9,82	20,44	63%	61%	0,028	0,053	0,081	\$ 3.164	\$ 3.926	\$ 7.090	\$ 5.726	\$ 5.164
90	20	3,52	20,71	59%	61%	0,031	0,045	0,076	\$ 3.464	\$ 3.331	\$ 6.796	\$ 5.432	\$ 5.164
92	20	4,98	46,29	48%	61%	0,030	0,032	0,062	\$ 3.367	\$ 2.380	\$ 5.746	\$ 4.382	\$ 5.164
93	20	12,00	37,67	61%	61%	0,047	0,032	0,079	\$ 5.249	\$ 2.380	\$ 7.629	\$ 6.265	\$ 5.164
94	20	9,56	24,86	63%	61%	0,031	0,051	0,081	\$ 3.464	\$ 3.760	\$ 7.224	\$ 5.860	\$ 5.164
95	20	10,91	19,00	62%	61%	0,032	0,047	0,079	\$ 3.633	\$ 3.474	\$ 7.107	\$ 5.743	\$ 5.164
7	22	3,54	14,28	61%	61%	0,034	0,061	0,094	\$ 3.790	\$ 4.521	\$ 8.311	\$ 6.661	\$ 5.164
12	22	6,67	12,56	54%	61%	0,041	0,043	0,083	\$ 4.583	\$ 3.165	\$ 7.748	\$ 6.098	\$ 5.164
35	22	3,09	19,99	57%	61%	0,029	0,059	0,088	\$ 3.327	\$ 4.378	\$ 7.706	\$ 6.055	\$ 5.164
39	22	1,54	12,56	62%	61%	0,035	0,061	0,096	\$ 3.930	\$ 4.521	\$ 8.451	\$ 6.801	\$ 5.164
48	22	4,78	19,16	59%	61%	0,038	0,053	0,091	\$ 4.336	\$ 3.926	\$ 8.262	\$ 6.612	\$ 5.164
58	22	11,98	44,03	57%	61%	0,042	0,047	0,089	\$ 4.751	\$ 3.474	\$ 8.226	\$ 6.575	\$ 5.164
9	24	6,25	34,93	47%	61%	0,076	0,010	0,086	\$ 8.599	\$ 714	\$ 9.313	\$ 7.349	\$ 5.164
MEDIA	61%		0,030	0,042	0,072	\$ 3.334	\$ 3.099	\$ 6.433	\$ 5.164		61%		0,030
DESVEST	7%		0,008	0,012	0,011	\$ 955	\$ 831	\$ 935	\$ 789		7%		0,008
MAX	74%		0,076	0,078	0,108	\$ 8.599	\$ 4.521	\$ 9.313	\$ 7.349		74%		0,076
MIN	39%		0,016	0,010	0,040	\$ 1.812	\$ 714	\$ 4.120	\$ 3.084		39%		0,016

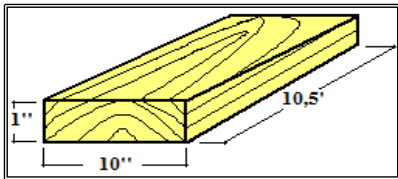
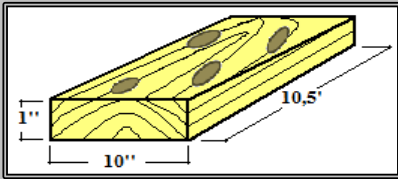


A N E X O I

TABLA CON PRECIOS HISTÓRICOS DE MADERA ASERRADA

PRECIOS REALES MADERA ASERRADA PINO RADIATA (US\$/M3)			DÓLAR DIC. 2011	PRECIOS REALES MADERA ASERRADA PINO RADIATA (\$/M3)		
AÑO	MERCADO EXTERNO	MERCADO INTERNO		AÑO	MERCADO EXTERNO	MERCADO INTERNO
1995	288,4	188,1	\$517,17	1995	\$ 149.152	\$ 97.280
1996	262,9	189,7		1996	\$ 135.964	\$ 98.107
1997	269,3	185,7		1997	\$ 139.274	\$ 96.038
1998	234,5	180,3		1998	\$ 121.276	\$ 93.246
1999	216,5	167,8		1999	\$ 111.967	\$ 86.781
2000	206,3	150,9		2000	\$ 106.692	\$ 78.041
2001	189,1	133,6		2001	\$ 97.797	\$ 69.094
2002	196,6	127,0		2002	\$ 101.676	\$ 65.681
2003	188,1	120,4		2003	\$ 97.280	\$ 62.267
2004	192,0	120,8		2004	\$ 99.297	\$ 62.474
2005	199,3	142,5		2005	\$ 103.072	\$ 73.697
2006	201,3	138,8		2006	\$ 104.106	\$ 71.783
2007	230,8	131,1		2007	\$ 119.363	\$ 67.801
2008	206,2	114,4		2008	\$ 106.640	\$ 59.164
2009	187,2	113,4		2009	\$ 96.814	\$ 58.647
2010	219,0	123,7		2010	\$ 113.260	\$ 63.974
2011	220,4	116,1		2011	\$ 113.984	\$ 60.043
MEDIA	218,1	143,8		MEDIA	\$ 112.801	\$ 74.360

TABLA CON PRECIOS DE PULGADA PINERA

<p>PULGADA PINERA LIBRE DE NUDOS</p>		<p>\$2.329</p>
<p>PULGADA PINERA CON PRESENCIA DE NUDOS</p>		<p>\$1.535</p>



A N E X O I I

EXPOSICIÓN EN II ENCUENTRO DE INVESTIGACIÓN DE ESTUDIANTES DE POSTGRADO

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN

Se confiere el presente Diploma a

Carlos Acevedo Correa

En calidad de **Expositor**

Por su participación en el:
2º Encuentro de Investigación de Estudiantes de Postgrado

Dr. Jaime Rebolledo Villagra
Director de Postgrado

Chillán, Octubre de 2013

Dr. Sergio Acuña Nelson
Director de Investigación

Universidad acreditada por Sóna
M
Sistema de Acreditación de Programas
de Ingeniería en Maderas



A N E X O I I I

CONSTANCIA DE SUMISIÓN DE ARTÍCULO CIENTÍFICO



Maderas-Ciencia y tecnología
ISSN printed 0717-3644
ISSN online 0718-221X
ISI. SCOPUS. SCIELO. CAS. CSA. CAB.



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
Concepción, 10/01/14
Rubén A. ANANIAS
anacias@ubiobio.cl

UNIVERSITY OF BIO-BIO
FACULTY OF ENGINEERING
DEPARTMENT OF WOOD ENGINEERING

Maderas-Cienc Technol PAPER RECEPTION

Title: "OPTIMIZACIÓN 3D DE PATRONES DE CORTE PARA TROZAS DE PINUS RADIATA CON CILINDRO CENTRAL DEFECTUOSO"

Authors: Carlos ACEVEDO-CORREA, Mario RAMOS-MALDONADO,
Danny MONSALVE-LOZANO

Received: January 09, 2014

Manuscript number: MCT2014-0006

Status: Under review

Rubén A. ANANIAS Dr. Prof.
Director-Editor in chief
Maderas-Cienc Technol

Concepción-CHILE, January 10, 2014.

Maderas-Ciencia y tecnología/ ISSN 0717-3644 and e-ISSN 0718-221X.

2012 Thomson Reuters Impact Factor: 0.722

2012 Journal Rank in category Materials Science, Paper & Wood: 10

2012 Quartile in category Materials Science, Paper & Wood: Q2

2012 Scimago Journal Rank: 0.428

2012 Quartile Scimago Journal Rank in category Forestry: Q2

2012 Quartile Scimago Journal Rank in category Engineering: Q2

2012 Quartile Scimago Journal Rank in category Materials Science: Q2

2012 Quartile Scimago Journal Rank in category Chemical Engineering: Q2

Indexed in: ISI: SciSearch®, Materials Science Citation Index. Journal Citation Reports®/Science edition. SCIELO. SCOPUS: Elsevier. SCIMAGO JOURNAL RANK. CHEMICAL ABSTRACT: Scifinder Scholar. CAMBRIDGE SCIENTIFIC ABSTRACTS: Technological Research Database. Engineering Research Database. CAB: Forest Products Abstracts. Biofuels Abstracts. Agricultural Engineering Abstracts. Forestry Abstracts. Full-textdatabase. REDALYC. PERIODICA. DOAJ. ULRICH. EBSCO: Fuente Académica. LATINDEX.SOCOLAR.OPEN J-GATE. TEEAL. DIALNET. e-REVIST@S. Academic Publishing Platforms. DRJI.