

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO



**UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO**

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL EN AUTOMATIZACIÓN

**ANÁLISIS Y DISEÑO DE UN SISTEMA DE  
CONTROL DE MOVIMIENTO PARA CÁMARA DE  
VIDEO SEMIPROFESIONAL**

TRABAJO PRESENTADO POR JORGE DANIEL GALDÁMEZ ORTIZ  
PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL EN AUTOMATIZACIÓN

PROFESOR PATROCINANTE KRZYSZTOF HERMAN

PROFESOR ADJUNTO ÁNGEL ERNESTO RUBIO

2022

Departamento de Ingeniería

# Agradecimientos

Agradezco primeramente a Dios por las metas que me ha permitido alcanzar y las victorias que me dará en el futuro.

A mi familia, que a pesar del paso de los años y las dificultades que surgieron, nunca se rindieron conmigo y siempre me motivaron a continuar.

A mis amigos; Carlos Lagos, compañero de pieza y de vida con quién compartí momentos felices, tristes, pobreza y riqueza a lo largo de nuestra carrera universitaria; Jorge Abéjares, compañero de pensamiento con quién compartí muchas vivencias, conversaciones de origen y siempre ofreció su apoyo para la revisión de mis avances; Marcos Andreu, en quién encontré un compañero de estudios, tuvimos colaboración mutua en nuestros trabajos y entrenamientos de parkour durante varios años de carrera y me iluminó en momentos oscuros de mi vida.

A mi novia Francisca Wall que me apoyó desde que nos conocimos y siempre me brindó su comprensión. Estuvo conmigo en los momentos más difíciles y me entendió. Fueron años con altos y bajos que culminaron con nuestro compromiso y actualmente puedo decir que mi esposa sin duda es la mejor compañera de vida que Dios me pudo dar.

A mis profesores guía que me han apoyado a pesar de las dificultades y que siempre se mostraron comprensivos con las situaciones que me acontecían, sin duda unos grandes profesionales muchas veces incomprendidos.

Finalmente, agradezco a todas las personas que a lo largo de los años se han preocupado por mi y me han guiado para alcanzar esta meta. Sin duda que en muchas ocasiones de debilidad siempre hubo alguien cerca con palabras de apoyo y aliento para poder culminar mi carrera.

# Índice general

<b>Agradecimientos</b>	<b>2</b>
<b>1 Planteamiento del problema y objetivos</b>	<b>9</b>
<b>2 Resumen</b>	<b>12</b>
<b>3 Introducción</b>	<b>13</b>
<b>4 Marco teórico</b>	<b>16</b>
4.1 Estado del Arte . . . . .	18
<b>5 Diseño conceptual del sistema</b>	<b>20</b>
5.1 Electromecánica del sistema . . . . .	20
5.2 Adquisición y control de datos . . . . .	27
<b>6 Tabla de Símbolos</b>	<b>32</b>
<b>7 Modelado matemático generalizado</b>	<b>36</b>
7.1 Parte mecánica del sistema . . . . .	36
7.1.1 Modelo matemático para movimiento sobre el eje Z . . . . .	36
7.1.2 Modelo matemático para movimiento sobre el eje Y . . . . .	51
7.2 Parte eléctrica del sistema . . . . .	57
<b>8 Modelado matemático aplicado al sistema</b>	<b>59</b>
8.1 Especificaciones del diseño . . . . .	59
8.2 Cálculo y/o determinación de constantes: Parte mecánica . . . . .	60
8.3 Modelo matemático representativo: Parte Mecánica . . . . .	66
8.4 Parte Eléctrica . . . . .	69
8.5 Aproximación de Primer Orden . . . . .	69
<b>9 Modelado matemático aplicado al prototipo</b>	<b>71</b>
9.1 Especificaciones del diseño . . . . .	71

9.2	Determinación . . . . .	72
9.3	Modelo matemático representativo . . . . .	79
9.4	Parte Eléctrica . . . . .	80
9.5	Aproximación de Primer Orden . . . . .	80
<b>10</b>	<b>Simulación y Análisis</b>	<b>82</b>
10.1	Motor YAW . . . . .	82
10.2	Motor PITCH . . . . .	84
<b>11</b>	<b>Desarrollo de Prototipo a escala</b>	<b>87</b>
11.1	Control de motores paso a paso . . . . .	87
11.1.1	Generación de secuencias para motores de pasos . . . . .	87
11.1.2	Manejo de Corriente . . . . .	89
11.1.3	Control de Movimiento . . . . .	93
11.1.4	Perfiles de Velocidad . . . . .	98
11.2	Método para captura de Datos . . . . .	102
11.3	Resultados Experimentales . . . . .	107
11.3.1	Motor YAW . . . . .	110
11.3.2	Motor PITCH . . . . .	116
<b>12</b>	<b>Comentarios y Conclusiones</b>	<b>121</b>
12.1	Estructura . . . . .	121
12.2	Modelo Físico Matemático . . . . .	122
12.3	Electrónica y Control . . . . .	123
12.4	Captura de Datos . . . . .	123
12.5	Conclusión del Proyecto . . . . .	124
	<b>Bibliografía</b>	<b>125</b>

# Índice de figuras

1.1	Automatización implementada en la televisión. . . . .	9
1.2	“Fotografía del Templo Siloé, lugar en que se realizan las transmisiones en vivo”. . . . .	10
3.1	“Mapa entregado por SUBTEL de canales de televisión digital abierta”. . . . .	14
4.1	Ubicación y recorridos que realizan los camarógrafos actualmente. . . . .	17
4.2	Cabezal robótico Glidecam VISTAHEAD HD II. . . . .	18
4.3	Cabezal robótico MCS modelo AVA01400221 - 2016. . . . .	19
5.1	“Diseño preliminar del cabezal robótico”. . . . .	20
5.2	“Distribución de peso en el soporte vista frontal”. . . . .	21
5.3	“Distribución de peso en el soporte vista axonométrica”. . . . .	21
5.4	“Rodamiento 626ZZ” .. . . .	21
5.5	“Rodamiento instalado en barra de soporte lateral vista interior sin tapa”. . . . .	22
5.6	“Rodamiento instalado en barra vertical de soporte lateral; izquierda, vista del lado que tendrá goma (interior); derecha, vista del lado donde se montará engrane (exterior)”. . . . .	23
5.7	“Detalle de instalación de rodamiento visto desde arriba”. . . . .	23
5.8	“Rodamiento 16004ZZ”. . . . .	24
5.9	“Base rotatoria vista axonométrica”. . . . .	24
5.10	“Base rotatoria, detalle parte inferior; Izquierda, base sin rodamiento; Derecha, rodamiento montado”. . . . .	25
5.11	“Base rotatoria, detalle parte inferior. Rodamiento montado y tapa puesta”. . . . .	25
5.12	“Base rotatoria, detalle parte superior”. . . . .	26
5.13	“Motor conectado mediante una correa y un par de poleas dentadas de distinto radio en razón 1:4 al eje de carga”. . . . .	27
5.14	“Esquema de adquisición de datos y control de movimiento”. . . . .	27
5.15	“Arduino Mega 2560”. . . . .	29
5.16	“Joystick analógico”. . . . .	29
5.17	“Circuito de potencia con motor paso a paso”. . . . .	31
7.1	“Mecanismo preliminar para transferencia de movimiento”. . . . .	36

7.2	“Definición de variables para evaluar inercia en barra horizontal del soporte base ( $h_{yaw}$ ), tal que $M_{h_{yaw}}$ es la masa de la barra, $b$ es el largo y $a$ el ancho” . . . . .	39
7.3	“Soporte base de rotación sobre eje Z” . . . . .	41
7.4	“Masas consideradas para el soporte pitch” . . . . .	42
7.5	“cámara de video con dimensiones; e, definiendo al ancho; f, definiendo al largo” . . . . .	44
7.6	“Prueba de esfuerzo estático para engranajes” . . . . .	46
7.7	“definición de variables para cálculo de torque de fricción entre superficies circulares” . . . . .	48
7.8	“definición de variables para el sistema motor pitch” . . . . .	51
7.9	“Definición de variables para evaluar inercia en barra vertical del soporte de cámara ( $v1_{pitch}$ ), tal que $M_{v1_{pitch}}$ es la masa de la barra, $b$ es el largo y $a$ el ancho” . . . . .	52
7.10	“cámara de video con dimensiones; g, definiendo al alto o espesor; f, definiendo al largo” . . . . .	53
7.11	“detalle roce; encerrado en rojo, zona en la que se producirá fricción por roce entre metales lubricados” . . . . .	55
7.12	“Soporte pitch en posición con máximo requerimiento de torque de retención” . . . . .	56
7.13	“definición de variables para motor pitch” . . . . .	56
7.14	“modelo electromecánico de motor DC de imanes permanentes” . . . . .	58
8.1	“Aproximación de primer orden para sistemas electromecánicos [18]” . . . . .	70
10.1	“gráfico de respuesta sistema YAW ante escalón unitario” . . . . .	83
10.2	“gráfico de respuesta sistema YAW de prototipo ante escalón unitario” . . . . .	83
10.3	“gráfico de respuesta sistema PITCH ante escalón unitario” . . . . .	84
10.4	“gráfico de respuesta sistema PITCH mecanico ante escalón unitario” . . . . .	85
10.5	“gráfico de respuesta sistema PITCH de prototipo mecanico ante escalón unitario” . . . . .	86
11.1	“L297/A/D stepper motor controller IC” . . . . .	88
11.2	“6N137 optoacoplador” . . . . .	89
11.3	“Esquema de control propuesto” . . . . .	89
11.4	“Puente H doble CI L298N” . . . . .	90
11.5	“Puente H basado en TIP31C propuesto inicialmente” . . . . .	91
11.6	“Puente H basado en TIP31C y TIP32C implementado en prototipo” . . . . .	92
11.7	“Mediciones de corriente y voltaje en simulación para resistencias e inductor” . . . . .	92
11.8	“Manejador de corriente ULN2003 seleccionado para el motor SM 28BYJ-48; Izquierda, esquemático para cada driver; Derecha, descripción de pines para conexión” . . . . .	93
11.9	“NORMAL DRIVE MODE, secuencias generadas por el CI L297D en modo paso completo” . . . . .	94
11.10	“Timer en modo CTC” . . . . .	95
11.11	“Desplazamiento angular de la cámara en ambos ejes” . . . . .	98
11.12	“Límite de carrera empleado en el prototipo” . . . . .	98

11.13 “Perfiles de velocidad y aceleración para motor YAW” . . . . .	102
11.14 “Perfiles de velocidad y aceleración para motor PITCH” . . . . .	102
11.15 “Encoder rotatorio mecánico” . . . . .	103
11.16 “Diseño soporte para encoder óptico” . . . . .	104
11.17 “Vista preliminar impreso y armado del soporte para encoder óptico” . . . . .	104
11.18 “Método inicial para lectura de encoder” . . . . .	105
11.19 “Muestreo de Velocidad derivando la posición mediante el método de Backward Euler discretizado” . . . . .	105
11.20 “Método de muestreo de Posición y Velocidad Implementado en Prototipo” . . . . .	106
11.21 “Implementación física visión general” . . . . .	107
11.22 “Implementación física. Izquierda, cabezal en posición HOME; Derecha, cabezal en movimiento” . . . . .	108
11.23 “Implementación física circuito de control motor YAW” . . . . .	108
11.24 “Implementación física circuito de potencia motor YAW” . . . . .	109
11.25 “Implementación física circuito de control y potencia motor PITCH” . . . . .	109
11.26 “Implementación física Arduino UNO para adquisición de datos” . . . . .	110
11.27 “Encoder YAW y Contador de posición incremental” . . . . .	111
11.28 “Velocidad eje YAW en grados por segundo” . . . . .	111
11.29 “Encoder YAW y Contador de posición incremental” . . . . .	112
11.30 “Velocidad eje YAW en grados por segundo” . . . . .	113
11.31 “Encoder YAW y Contador de posición incremental” . . . . .	114
11.32 “Velocidad eje YAW en grados por segundo” . . . . .	114
11.33 “Encoder PICTH y Contador de posición incremental” . . . . .	116
11.34 “Velocidad eje PITCH en grados por segundo” . . . . .	117
11.35 “Encoder PITCH y Contador de posición incremental” . . . . .	118
11.36 “Velocidad eje PITCH en grados por segundo” . . . . .	118
11.37 “Encoder PITCH y Contador de posición incremental” . . . . .	119
11.38 “Velocidad eje YAW en grados por segundo” . . . . .	120

# Índice de cuadros

5.1	“Medidas rodamiento 626ZZ” . . . . .	22
5.2	“Medidas rodamiento 16004ZZ” . . . . .	24
5.3	“Especificaciones técnicas Arduino Mega 2560” . . . . .	28
6.1	“Tabla de símbolos 1” . . . . .	33
6.2	“Tabla de símbolos 2” . . . . .	34
6.3	“Tabla de símbolos 3” . . . . .	35
7.1	“Coeficientes de fricción para distintos tipos de rodamientos” . . . . .	45
8.1	“Especificaciones motor NEMA 17-HS8401” . . . . .	61
8.2	“Pesos y medidas pletinas de aluminio propuestas” . . . . .	61
9.1	“Especificaciones motor Reciclado 59D Series 56[mm]” . . . . .	71
9.2	“Especificaciones motor 28BYJ – 48” . . . . .	72
9.3	“Pesos y medidas pletinas de acero kit <i>Meccano</i> ” . . . . .	74
9.4	“Tornillos usados en la unión de pletinas” . . . . .	74
9.5	“Variables asociadas a longitudes de estructuras” . . . . .	75
11.1	“Pines utilizados para control de motor YAW” . . . . .	88
11.2	“Pines utilizados para control de motor PITCH” . . . . .	88
11.3	“Características <i>TIP31C</i> ” . . . . .	90
11.4	“Lista de posiciones finales en orden a ejecutar con dirección de rotación” . . . . .	110
11.5	“Lista de posiciones finales en orden a ejecutar con dirección de rotación” . . . . .	112
11.6	“Lista de posiciones finales en orden a ejecutar con dirección de rotación” . . . . .	113
11.7	“Lista de posiciones finales en orden a ejecutar con dirección de rotación” . . . . .	116
11.8	“Lista de posiciones finales en orden a ejecutar con dirección de rotación” . . . . .	117
11.9	“Lista de posiciones finales en orden a ejecutar con dirección de rotación” . . . . .	119

# Capítulo 1

## Planteamiento del problema y objetivos

La tecnología es usada cada vez más en la industria de la cinematografía y televisión integrando sistemas de animación, iluminación, renderizado, grabación entre otros. En este último grupo se consideran los equipos usados para realizar las grabaciones como lo son las cámaras de video y sus respectivos accesorios o sistemas de apoyo, soportes, brazos robóticos, estabilizadores, deslizadores, etc. pero la industria de la automatización y mecatrónica se ha centrado en las grandes productoras y canales dejando de lado los estudios de video emergentes y nuevos proyectos de canales de televisión digital.



Figura 1.1: Automatización implementada en la televisión.

Con la salida de las señales de televisión digitales hace alrededor de 12 años en Chile, la SUBTEL (Subsecretaría de Telecomunicaciones) ha impulsado los nuevos proyectos para la realización de canales abiertos de cobertura local o regional a lo largo del país. Sin embargo, la mayoría no cuenta con sistemas para el control asistido de cámaras debido al elevado costo que presenta su implementación. Además, para un canal emergente no es fácil conseguir personal calificado para realizar las grabaciones. Muchas veces los programas se graban en estudios cerrados por lo que los camarógrafos serían prescindibles si

la empresa contara con el equipo adecuado. Las perturbaciones añadidas por la introducción del factor humano incorporan más variables no controladas a los sistemas generando errores en las transmisiones y/o programas en vivo.



Figura 1.2: “Fotografía del Templo Siloé, lugar en que se realizan las transmisiones en vivo”.

En la ciudad de Chillán está emplazado el canal de televisión cristiano Televida que realiza transmisiones de los cultos religiosos 3 veces a la semana. La cámara 1 se mantiene en un punto fijo con un camarógrafo que debe permanecer de pie en un solo punto durante toda la jornada (3-4 horas) como se muestra en la figura (1.2). Se han evaluado opciones para la compra de brazos robóticos y/o estabilizadores que permitan controlar la cámara a distancia pero no existen empresas que construyan cabezales en el mercado nacional y las importaciones son muy costosas.

Se propone el diseño conceptual de un controlador de movimiento de cámara de 2 ejes del que se puedan obtener los parámetros necesarios para la implementación física de símiles acorde a las dimensiones y características de las cámaras a controlar con un costo inferior al del mercado actual. Este estudio estará centrado en el control de la actual cámara 1. A partir del diseño conceptual se realizará un modelo físico-matemático representativo del sistema considerando cargas, inercias y fricciones para evaluar su respuesta mediante simulaciones de sus 2 ejes en Matlab. Se considerará además aplicar el modelo y realizar la simulación de una prueba de concepto del sistema en base al modelo conceptual y matemático-físico propuesto consistente en un prototipo a escala construido con motores reciclados. Después de analizar, comparar y validar las respuestas se diseñarán los sistemas de control de movimiento considerando su programación en Arduino y el diseño de la electrónica de potencia en caso de ser necesario para controlar los motores. En todo momento se priorizará el uso de componentes comerciales ya que el fin de este estudio no es la creación de nueva electrónica de potencia sino la integración de

tecnologías existentes para la automatización de movimientos punto a punto. Para suavizar las paradas y detenciones se propone el diseño de perfiles de velocidad pseudo trapezoidal en “S” cosinusoidal lo que evitará tirones de aceleración en el arranque y detención de los movimientos ya que los perfiles de aceleración serán sinusoidales.

Finalmente se realizará una prueba de concepto consistente en la construcción del prototipo a escala utilizando motores reciclados, pletinas de metal e impresión 3D. Se realizarán mediciones de desplazamiento mediante codificadores y se analizará su respuesta en el tiempo para posición y velocidad angular. Las capturas de datos se realizarán utilizando XCOS perteneciente al Software Scilab 6.1.1 con el módulo Arduino 1.8 de ATOMS. XCOS es la variante de Simulink de código abierto y es ampliamente utilizada para análisis e investigación a nivel mundial. Posterior a la captura de posición, se derivará en forma discreta para la obtención de velocidad angular y se filtrará la señal obtenida para su análisis.

Finalmente, los resultados serán utilizados para generar las observaciones y conclusiones del proyecto y evaluar su implementación física a escala real.

## Capítulo 2

### Resumen

Tras realizar distintas labores en el canal de televisión digital abierta Televida ubicado en la ciudad de Chillán, se han detectado varios problemas repetitivos en relación al manejo de las cámaras de video y se presenta una constante necesidad de tener una gran cantidad de personas para hacer cada una de las grabaciones. La conexión y desconexión frecuente de dispositivos provoca que los terminales se suelten, se generen grietas en la soldadura y finalmente fallen los cables de audio o video (muchas veces mientras se transmite en vivo). El mínimo de personal requerido por puesto de trabajo implica tener al menos un asistente y un camarógrafo por cada cámara lo que hace que se requiera de 7 u 8 personas para cada jornada de trabajo. En ocasiones se filma y transmite en vivo mientras que en otras se graban programas para su posterior transmisión. En varias oportunidades ha sido necesario hacer relevos debido a que los camarógrafos y asistentes están de pie y en movimiento continuo durante largas jornadas de 3 a 4 horas.

Para solucionar todos estos problemas, en el presente trabajo se plantea el análisis, diseño y construcción teórica de un cabezal robótico que podrá ser controlado de manera remota y local mediante un joystick ubicado en la sala de control y/o a través de una plataforma web para permitir el fácil acceso desde smartphones, tablets o computadoras. Esto eliminará la mayoría de los factores y variables que puedan provocar errores o fallas en cualquier transmisión o grabación de eventos además de disminuir drásticamente el personal requerido para realizarlas permitiéndole a 1 sola persona capacitada controlar hasta 4 cámaras sin dificultades.

## Capítulo 3

### Introducción

Para lograr buenas capturas utilizando cámaras fotográficas y de video, a lo largo de los años se han desarrollado variados sistemas mecánicos que suplen ciertas necesidades que surgen a la hora de realizar una toma. Éstas van desde estabilizar la imagen hasta realizar complejos movimientos a grandes alturas o cubriendo grandes distancias.

Para el control de movimiento se han diseñado trípodes, estabilizadores, sliders, grúas, etc. que son parte de la amplia gama de dispositivos mecatrónicos disponibles actualmente. Sin embargo, hay un mercado muy limitado y consiste en el desarrollo de equipo robótico y/o autónomo para la industria de la fotografía y la cinematográfica para uso a nivel de usuario, productoras emergentes o nuevos canales de televisión.

En Chile se han ampliado las oportunidades para iniciar con canales de libre transmisión en señal digital. Desde el año 2012 se realizan transmisiones experimentales que alcanzaban solo al 20% de los hogares, que contaban con televisores aptos o con las adaptaciones necesarias para la norma TVD, por medio de 17 canales demostrativos implementados en Santiago como también en regiones. En la actualidad existen 22 canales digitales de libre recepción de los cuales, 16 son estaciones experimentales y 5 licencias otorgadas a TVN distribuidos desde Arica a Punta Arenas. Este proceso inició en 2015 con el objetivo de lograr el apagado total de las señales de televisión analógicas para el 2020.

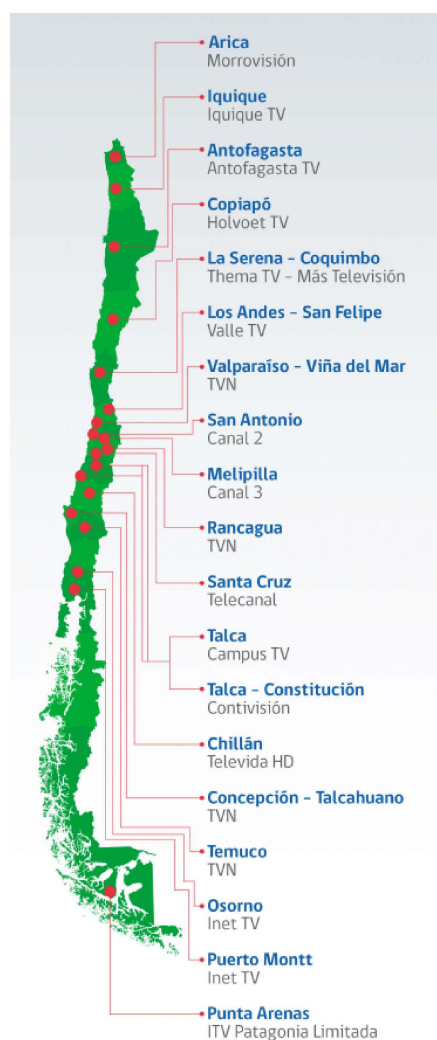


Figura 3.1: “Mapa entregado por SUBTEL de canales de television digital abierta”.

A la fecha, SUBTEL desde el Consejo Nacional de Television (CNTV) ha recibido 141 solicitudes de frecuencias por lo que el año 2018 se realizó el primer concurso público para asignación de concesiones en la Región de Valparaíso con un total de 11 canales con frecuencias disponibles: 2 de alcance nacional; 5 regionales y 4 locales. Se espera tener nuevos concursos dado que se dispuso otorgar 116 nuevas frecuencias a lo largo del territorio nacional.

Estos nuevos avances y mercado en expansión presentan una oportunidad de desarrollo e implementación de tecnología para el control de movimiento de videocámaras en sets de televisión y la realización de transmisiones en vivo de eventos importantes para un público objetivo.

Encontrar este tipo de dispositivos en Chile es bastante difícil, sobre todo para el uso de cámaras de video semiprofesionales y profesionales que pesan alrededor de los 2 Kg por lo que usualmente se importan desde el extranjero. Países como Estados Unidos, o más cercano aún, Argentina son los referentes más

próximos a la hora de querer adquirir un cabezal robótico y/o un slider autónomo para tomas en Time Lapse, dar toques profesionales al material de video realizado o prescindir de personal (camarógrafo y asistente de cámara).

En este trabajo se analiza uno de los casos típicos, La grabación y transmisión en vivo de un evento en donde existe un orador y varios oyentes, específicamente, una reunión cristiana en una iglesia que cuenta con canal de televisión digital propio.

## Capítulo 4

### Marco teórico

En la ciudad de Chillán existe el canal digital de libre recepción Televida que transmite en vivo las reuniones realizadas en el templo Siloé 3 veces a la semana además de varios programas que se realizan en un set de televisión del que disponen. En esas jornadas se requiere de un gran número de personas para lograr una buena calidad del material generado.

La duración aproximada de las transmisiones en vivo es de 4 horas, por lo que es extenuante para las personas realizar estas largas jornadas de trabajo cargando la cámara y su correspondiente equipo así que usualmente se hacen relevos. El factor humano también agrega errores ya que no siempre se cuenta con personal calificado. Aunque en la corporación se realizan capacitaciones con frecuencia, existen errores comunes que las personas cometen de manera involuntaria como movimientos indeseados (temblores) o mala coordinación con el encargado de la mesa de mezcla de video ocasionando malas tomas y/o fallas en la transmisión. Todo esto sin mencionar el continuo desgaste de los materiales (cables y conectores) que en ocasiones se cortan o desconectan. También, la continua circulación del personal de grabación durante el evento presenta una molestia para los asistentes al lugar (obstrucción visual y desconcentración).

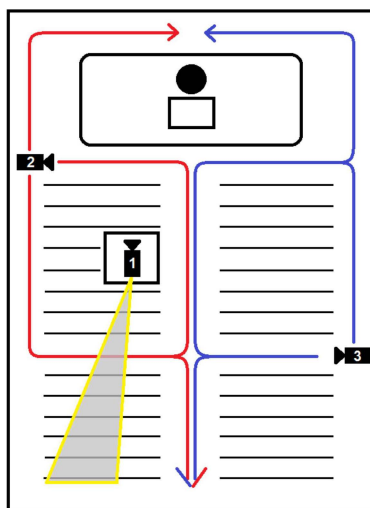


Figura 4.1: Ubicación y recorridos que realizan los camarógrafos actualmente.

En la figura (4.1) en gris se puede ver el sector de la congregación afectado por la obstrucción del campo visual. Las cámaras 2 y 3 están en constante movimiento durante los servicios. La cámara 2 cubre el sector izquierdo (recorrido en rojo) y la cámara 3 el sector derecho (recorrido en azul).

Mediante el uso de la tecnología se puede realizar el trabajo de 7 u 8 personas (3 camarógrafos con sus respectivos asistentes y un mezclador de imágenes) con 1 o 2.

Lo que se busca lograr es la reducción del personal requerido para las jornadas de grabación reemplazando un camarógrafo con su correspondiente asistente de cámara por un cabezal robótico que pueda ser controlado a distancia por medio de un joystick analógico o a través de una plataforma web que pueda ser accesada desde un smartphone, tablet o computadora lo que permitirá que el encargado de la mesa de mezcla de video pueda controlar las cámaras y realizar las tomas que requiera sin necesidad de personal adicional y así disminuir hasta en un 80 % el número de personas requeridas por transmisión o evento y mejorar de manera considerable la captura de imágenes minimizando los factores que pueden ocasionar los errores antes mencionados en las transmisiones.

## 4.1. Estado del Arte

En el mercado (sin ahondar mucho) se pueden encontrar 2 empresas que fabrican y comercializan este tipo de cabezales.

Por un lado más profesional tenemos a Glidecam ubicada en Kingston, Massachusetts, Estados Unidos. Esta empresa se dedica al desarrollo y fabricación de sistemas de estabilización y accesorios para cámaras de video. El modelo de cabezal robótico (que suple las necesidades descritas) que ofrecen es el Glidecam VISTAHEAD HD II que según sus especificaciones técnicas tiene capacidad para soportar cámaras de hasta 4.54 Kilogramos con control mediante un joystick alámbrico que incorpora control de velocidad y rampa (posibilidad para variar la pendiente para alcanzar el set point de velocidad máxima).



Figura 4.2: Cabezal robótico Glidecam VISTAHEAD HD II.

Sus buenas cualidades lo hacen una opción a considerar para implementar pero, el costo de este equipo es de 1299 dólares que son aproximadamente 1.200.000 (un millón doscientos mil) pesos chilenos. Agregando costos de envío y aduanas el precio se transforma en una fuerte inversión (aproximadamente 1.800.000 CLP) para una productora emergente y/o canal en vías de desarrollo dado que este equipamiento serviría solo para 1 cámara.

Más cerca de nuestro país existe la empresa Magic Camera Steady (MCS) ubicada en Buenos Aires, Argentina. Se dedica al diseño y fabricación de productos vinculados con video producciones. Actualmente dentro de su stock poseen un cabezal robótico que soporta cámaras de hasta 1.8 kilogramos accionado por un joystick de control de movimiento axial.



Figura 4.3: Cabezal robótico MCS modelo AVA01400221 - 2016.

El costo de este producto es de 10.000 pesos argentinos que equivalen a aproximadamente 200.000 (doscientos mil) pesos chilenos, a los cuales, de igual manera que el anterior cabezal debemos agregar costos de envío y aduanas (redondeando los 500.000 CLP).

Sin duda el segundo cabezal está al alcance para ser adquirido por cualquier persona natural mas, el cambio de precio radica directamente en su capacidad. Ambos trabajan con motores de 12 Volts pero el cabezal económico ofrece mucho menos torque y posibilidades de control. Su capacidad de carga máxima es 1.8 [Kg].

Para el diseño del cabezal robótico de este proyecto se ha optado por combinar potencia y versatilidad a un costo razonable.

## Capítulo 5

# Diseño conceptual del sistema

### 5.1. Electromecánica del sistema

El cabezal robótico tendrá 2 grados de libertad, que le permitirán rotar sobre el eje Z (movimiento yaw) y sobre el eje Y (movimiento pitch). Para el diseño mecánico del cabezal se consideró una distribución de peso lo más uniforme posible tanto para las soportaciones como para el peso de la cámara (1.8-2.5[Kg]). Se propone el uso de dos motores; el primero, que controle el movimiento rotacional; el segundo, que controle la inclinación. En la figura (5.1) se aprecia la posible ubicación de los motores y la configuración ideal propuesta para la construcción del cabezal. Se requiere que los movimientos sean fluidos y precisos.

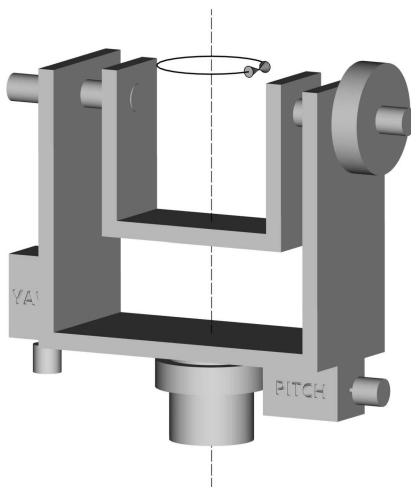


Figura 5.1: “Diseño preliminar del cabezal robótico”.

Para no tener problemas estructurales se ha optado por definir que los soportes sean de forma rectangular para distribuir el peso de manera equitativa entre los puntos que sostendrán la masa de

la cámara según la figura (5.2) (vista frontal) y figura (5.3) (vista axonométrica) además de repartir uniformemente la carga para realizar la rotación sin fatigar el material ni sobreexigir el motor de la base.

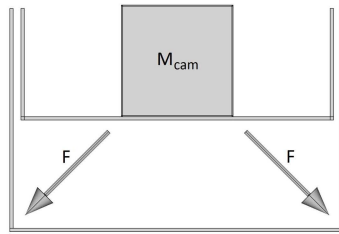


Figura 5.2: “Distribución de peso en el soporte vista frontal”.

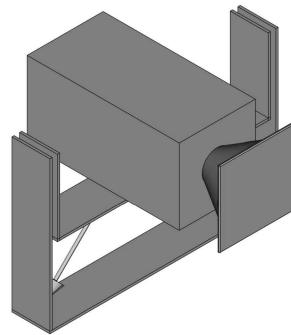


Figura 5.3: “Distribución de peso en el soporte vista axonométrica”.

Para lograr un movimiento suave en los soportes que realizarán el cabeceo o inclinación de la cámara y en la base de rotación de la misma, se utilizarán rodamientos de bola con sello metálico engrasados. Para las barras laterales (en posición vertical) se propone instalar rodamientos 626ZZ que poseen las características mostradas en la tabla (5.1) y en figura (5.4).

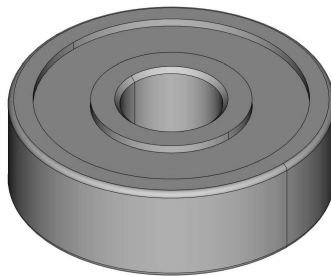


Figura 5.4: “Rodamiento 626ZZ” ..

626ZZ medidas	
Diámetro interior	6 [mm]
Diámetro exterior	19 [mm]
Ancho	6 [mm]

Tabla 5.1: “Medidas rodamiento 626ZZ”.

Éstos serán sujetos por 2 placas perforadas que serán apernadas con tornillos que atravesarán el soporte. Dado que la barra de soporte vertical tendrá un espesor de 3 milímetros, el rodamiento (de ancho 6 [mm]) quedará 3 [mm] expuesto por una de las caras. El ancho excedente será cubierto con una goma perforada y cortada a medida de las placas de sujeción exteriores lo que ayudará a disminuir vibraciones y posibles deslizamientos de las tuercas. El detalle de montaje se puede apreciar en las figuras (5.5), (5.6) y (5.7).

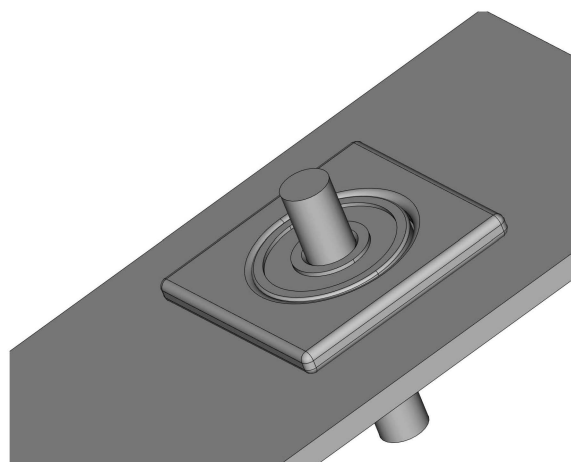


Figura 5.5: “Rodamiento instalado en barra de soporte lateral vista interior sin tapa”.

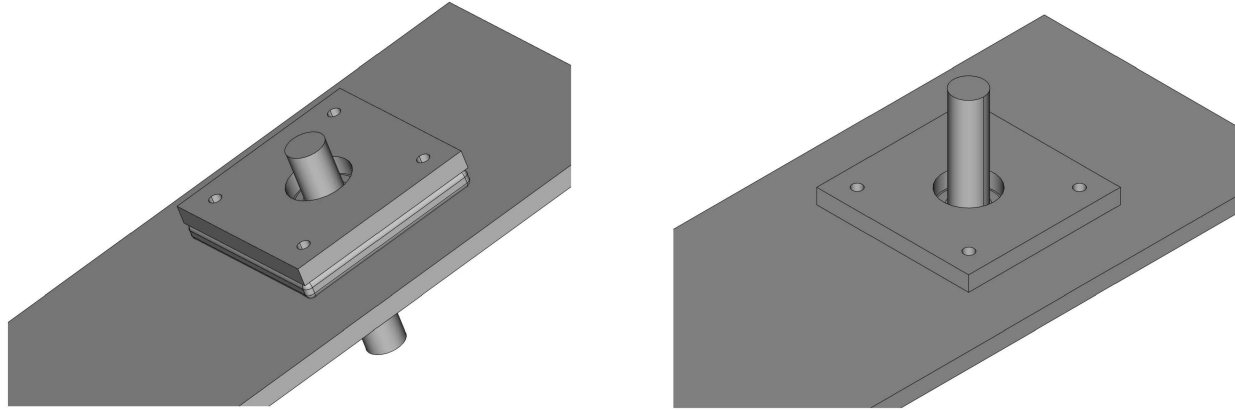


Figura 5.6: “Rodamiento instalado en barra vertical de soporte lateral; izquierda, vista del lado que tendrá goma (interior); derecha, vista del lado donde se montará engrane (exterior)”.

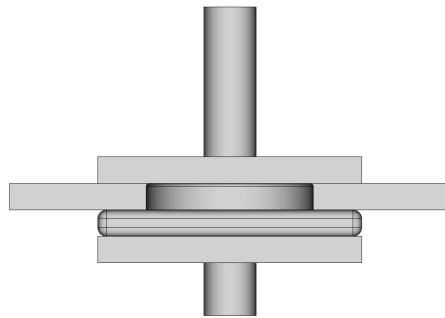


Figura 5.7: “Detalle de instalación de rodamiento visto desde arriba”.

En la base del cabezal, se propone usar un rodamiento modelo 16004ZZ cuyas dimensiones se encuentran en la tabla (5.2) y el detalle se puede ver en la figura (5.8). Dado que es necesario que gire libremente, se ha diseñado un par de piezas consistentes en una serie de tubos de distintas dimensiones acoplados a pletinas. Se pretende que éstos se unan mediante soldadura. Al igual que en el montaje anterior, el rodamiento debe ser fácilmente removible para su mantención y/o cambio. En la figura (5.9) se muestra la forma ideal que se propone para la base rotatoria.

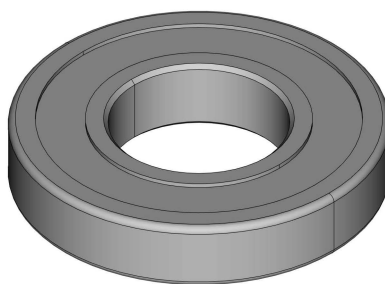


Figura 5.8: “Rodamiento 16004ZZ”.

16004ZZ medidas	
Diámetro interior	20 [mm]
Diámetro exterior	42 [mm]
Ancho	8 [mm]

Tabla 5.2: “Medidas rodamiento 16004ZZ”.

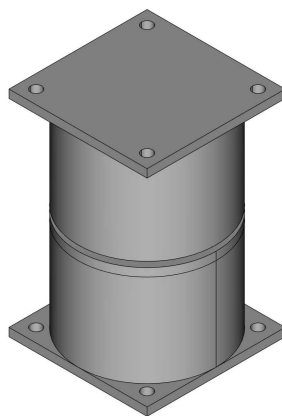


Figura 5.9: “Base rotatoria vista axonométrica”.

Para la parte inferior, se propone que la base esté compuesta por una pletina cuadrada de ancho y largo 2 pulgadas (50,8 [mm]) y espesor 3[mm]. Sobre ella se instalará un tubo de 2 pulgadas de diámetro exterior y se tapaná con una placa de espesor 3[mm], encima llevará una base para soportar el anillo central del rodamiento (una pequeña placa redonda perforada en el centro) y finalmente un tubo de 20 [mm] de diámetro exterior en el que se insertará el rodamiento. Posteriormente, quedará asegurado por una tapa que tendrá un orificio para tornillo en el centro a fin de asegurar que el rodamiento no se mueva de su posición. El detalle de lo descrito se puede apreciar en la figura (5.10) y (5.11).

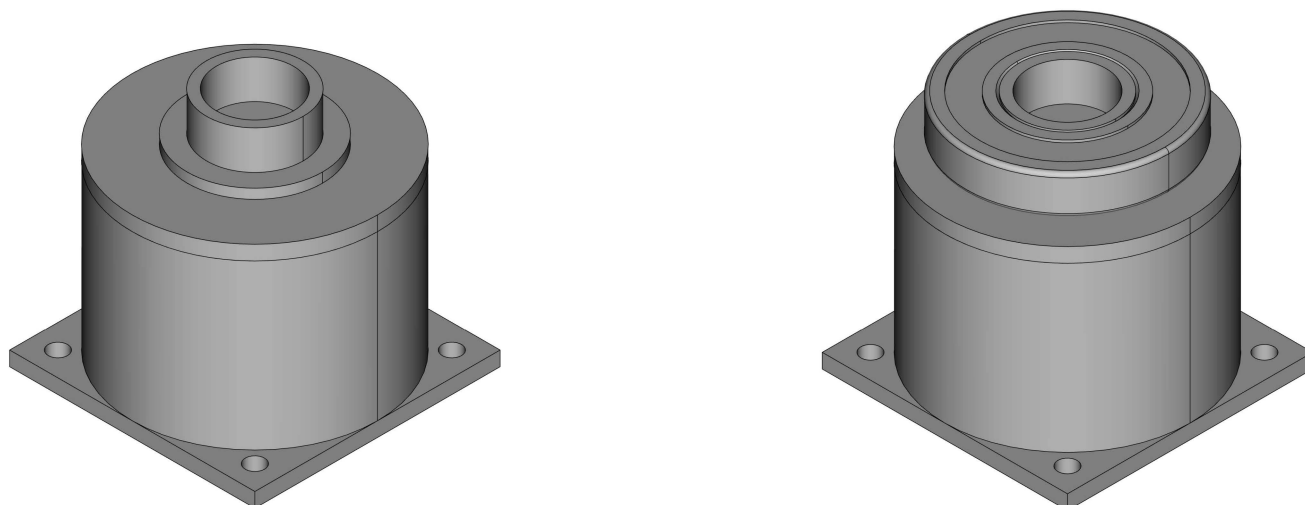


Figura 5.10: “Base rotatoria, detalle parte inferior; Izquierda, base sin rodamiento; Derecha, rodamiento montado”.

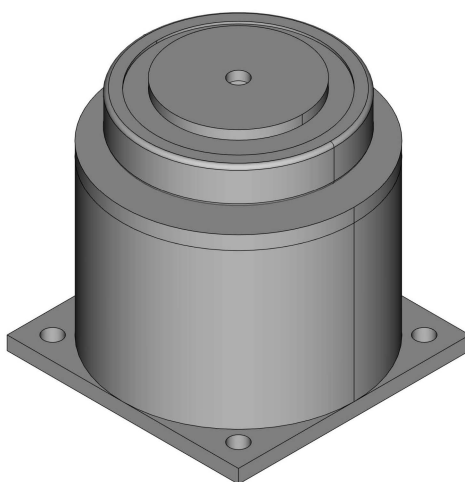


Figura 5.11: “Base rotatoria, detalle parte inferior. Rodamiento montado y tapa puesta”.

La parte superior de la base estará compuesta por una pletina cuadrada de 2 pulgadas (50,8 [mm]) y espesor 3 [mm] unida a un tubo de diámetro exterior 2 pulgadas y una tapa a la medida del diámetro interior del tubo. Sobre ella se instalará un anillo que servirá de soporte para el rodamiento. Éstas se ubicarán de tal manera que el rodamiento quedará completamente cubierto por el tubo. Detalle en figura (5.12).

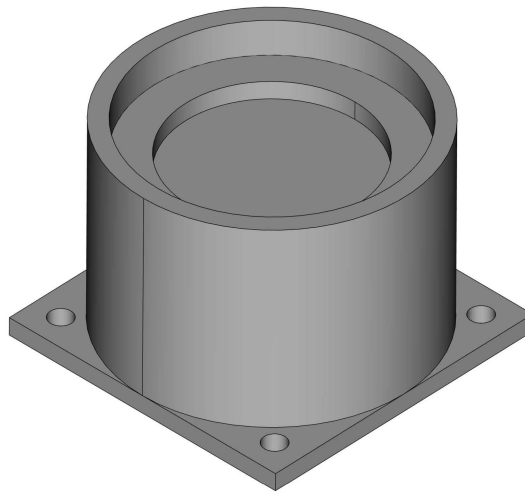


Figura 5.12: “Base rotatoria, detalle parte superior”.

Así, la parte superior reposará sobre el anillo exterior del rodamiento mientras que la interior estará fija a la base (sobre la que se monte el cabezal). Esto permitirá que el cabezal gire libremente.

Para control de movimiento inicialmente se evaluó la utilización de motores de corriente continua con escobillas pero finalmente se optó por usar motores paso a paso dado que es requerida una alta precisión y éstos últimos nos permiten trabajar en lazo abierto con una buena performance además de poseer altos torques de detención y retención. Éstos nos ayudarían a mantener las posiciones en las que se quiera realizar capturas y/o grabaciones. El torque de retención nos evitaría el diseño, compra e instalación de un sistema de frenado adicional por lo que se considera el tipo de motor más apropiado. En el caso del motor de escobillas, para realizar control de posición se requeriría un lazo de realimentación de manera obligatoria.

Para la transmisión de torque, se plantea un diseño con poleas de timing, con una polea dentada pequeña situada en el eje del motor y una polea dentada de diámetro superior (mayor cantidad de dientes en razón 1:4) sobre el eje de la carga a mover, unidos con una correa dentada como se muestra en la figura (5.13).

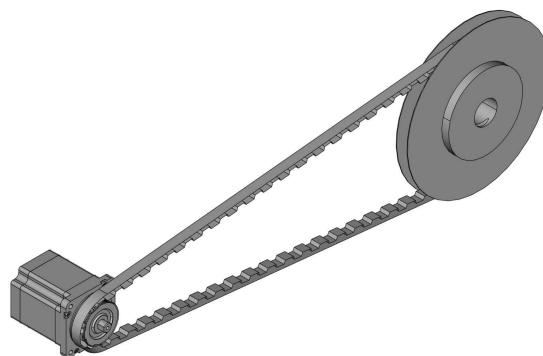


Figura 5.13: “Motor conectado mediante una correa y un par de poleas dentadas de distinto radio en razón 1:4 al eje de carga”.

## 5.2. Adquisición y control de datos

Para la realización de los lazos de control, se presenta en la figura (5.14) un esquema del diseño conceptual de la forma de adquisición de datos y control de movimiento. En ella también se indica el número de cables por línea y el tipo de comunicación que se utilizará.

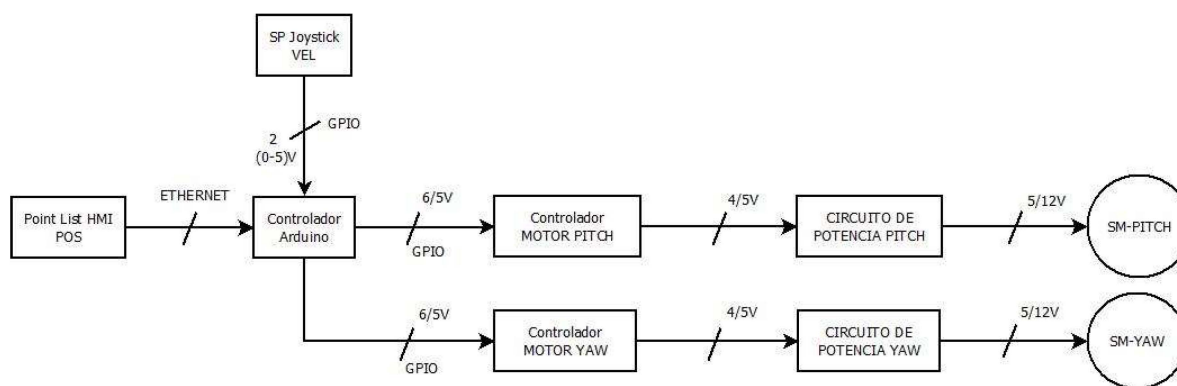


Figura 5.14: “Esquema de adquisición de datos y control de movimiento”.

Se requiere determinar el controlador principal a utilizar en base a los requerimientos de comunicación y señales de control necesarias para un adecuado manejo de la información recibida y que permita realizar una acción de control óptima.

En base a lo mencionado, inicialmente se había seleccionado un PIC 16F877A como controlador principal dado que sus características satisfacen los requerimientos mínimos del sistema. Pero, a medida de que el proyecto se fue desarrollando, nacieron nuevas ideas y aplicaciones que aunque son realizables con el mismo controlador tiene ciertas restricciones que hacen que el trabajo sea tedioso y excesivo para

configuraciones no tan complejas. Un ejemplo de estas limitaciones, fue la incorporación de un módulo de comunicación Ethernet a fin de implementar una HMI (Human Machine Interface) en la sala de control y además dejar la posibilidad abierta a aplicaciones con IoT (Internet of Things) en un futuro cercano. Sin duda, es posible programar el PIC para leer y escribir datos a través de puerto serial pero se estaría realizando un trabajo innecesario dado que en plataformas como Arduino encontramos todo tipo de librerías para comunicación serial utilizando variados protocolos. Recordando que el fin de este proyecto no es la creación de una serie de librerías para comunicación o control de motores sino que es lograr la integración total del sistema para desarrollar un cabezal robótico que cumpla con las exigencias del entorno propuesto por el usuario final.

Debido a la variedad de librerías disponibles (gran parte de forma gratuita), potencia del controlador (ATmega2560), bajos precios con respecto a otros microcontroladores (alrededor de los 7 dólares), gran cantidad de timers configurables y la facilidad para programar (Lenguaje pseudo C y descarga directa mediante conexión USB) es que se propone utilizar una placa Arduino modelo Mega 2560 como controlador principal.

En la tabla (5.3) se pueden ver las características más relevantes de este dispositivo. También, se adjunta la documentación entregada por el fabricante del dispositivo en anexo XX.

Arduino Mega 2560 TECH SPECS	
Microcontroller	ATmega2560
Operating Voltage	5V
Input Voltage (recommended)	7-12V
Input Voltage (limit)	6-20V
Digital I/O Pins	54 (of which 15 provide PWM output)
Analog Input Pins	16
DC Current per I/O Pin	20 mA
DC Current for 3.3V Pin	50 mA
Flash Memory	256 KB of which 8 KB used by bootloader
SRAM	8 KB
EEPROM	4 KB
Clock Speed	16 MHz

Tabla 5.3: “Especificaciones técnicas Arduino Mega 2560”.

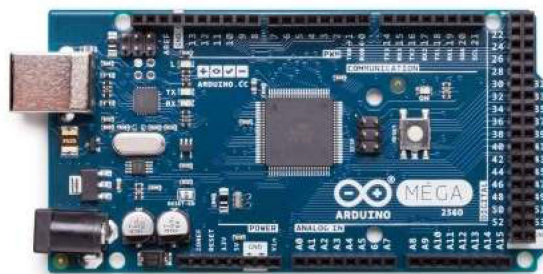


Figura 5.15: “Arduino Mega 2560”.

Se consideran 2 formas en que el operador pueda interactuar con el sistema: modo manual y un modo pseudo automático.

El modo manual consistirá en un lazo de control de velocidad con SET POINT determinado por un joystick con salidas analógicas o por medio de la plataforma web. El control de posición quedará a cargo del operador (se asume que el operador tiene acceso a las imágenes que está capturando la cámara).

El joystick posee un sistema de movimiento mecánico conectado a un sistema inductivo de alta precisión y robustez que genera 2 salidas analógicas correspondientes al eje X y al eje Y. El detalle del Joystick se puede ver en la figura (5.16).



Figura 5.16: “Joystick analógico”.

En la posición inicial (0,0) los voltajes que entregan las resistencias son (2.5[V], 2.5[V]) respectivamente. Es importante destacar que estos voltajes varían entre 0 y 5 [V].

Para evitar errores en el desplazamiento, se solicitará calibrar el joystick antes de iniciar la operación de manera que para el punto (0,0) se garantice velocidad nula en ambos ejes. Adicionalmente se agregará una “zona muerta.” modo de prevenir movimientos indeseados debido a contaminación por inducción (ruido en la señal) o al deterioro de los materiales.

La lectura de las señales se hará a través de los pines A0 y A1 correspondientes al puerto de entrada

análoga del controlador Arduino que tienen una resolución de 10 bits. Esto quiere decir que los valores que se tomarán estarán entre 0 y 1023 en decimal.

Para ajustar la salida del controlador al SET POINT se propone usar un control PID. De esta forma se busca evitar los cambios bruscos en la velocidad de los motores. Las constantes ( $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ ) serán determinadas de manera empírica con la ayuda de un autosintonizador.

El control pseudo automático se hará mediante HMI por medio de la plataforma web a través de un smartphone, tablet o computadora ubicado en la sala de control o en un lugar cómodo para el usuario. Lo que se busca es poder automatizar rutinas de movimiento repetitivas como paneos o tomas que se realizan con frecuencia a la congregación o el orador.

El operador deberá preprogramar los movimientos punto a punto a través de la interfaz del programa seleccionando para cada eje el punto de partida y el punto de llegada indicando la velocidad a la que quiere que se realice el movimiento (lento, normal o rápido).

Luego, el programa creará un perfil suave de aceleración (en S cosenoidal) con un perfil pseudo trapezoidal senoidal de velocidad que cumpla los requerimientos indicados por consola. Se generará una lista de Set Points de velocidad que serán transmitidos al controlador Arduino por medio de la conexión de red Ethernet. Éste último será el responsable de ejecutar los cambios de posición en los motores en base a la tabla de datos recibida.

Se propone utilizar un circuito integrado para generar las señales de activación en los motores y así liberar un poco de carga del controlador principal que deberá ocuparse de generar los pulsos PWM proporcionales en frecuencia a la velocidad del movimiento deseado e indicar las configuraciones requeridas. Para el circuito de potencia se pretende aislar las señales de control de los motores con la utilización de optoacopladores y transistores. Para el uso de motor paso a paso, el diagrama esquemático de conexión se muestra en la figura (5.17).

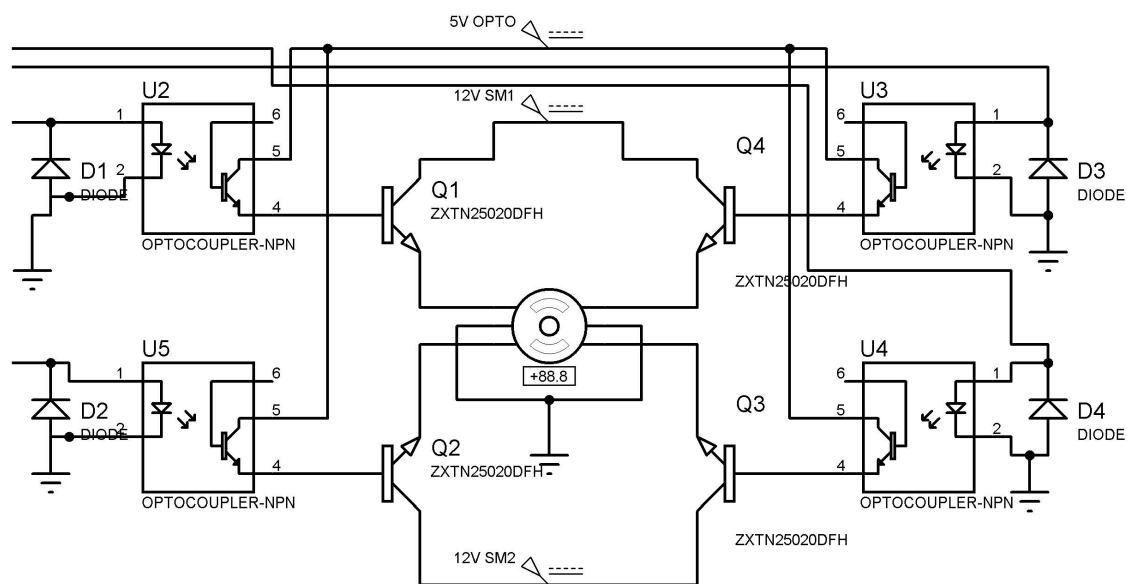


Figura 5.17: "Circuito de potencia con motor paso a paso".

## Capítulo 6

### Tabla de Símbolos

Se agregan las siguientes definiciones para motores y piezas en general que servirán de guía para las descripciones y símbolos de la tabla.

Motor que controla el giro sobre el eje de rotación Yaw, en adelante denominado “Motor Yaw”.

Motor que controla el giro sobre el eje de rotación Pitch, en adelante denominado “Motor Pitch”.

Soporte que realizará el movimiento de inclinación o cabeceo, en adelante denominado “Soporte Pitch”.

Soporte que realizará el movimiento de rotación, en adelante denominado “Soporte Base”.

Soportes que sostienen el soporte Pitch en el soporte Base y le permiten realizar la rotación sobre el eje Y, en adelante denominados “soporte cilíndrico 1” y “soporte cilíndrico 2”.

Símbolo	Magnitud	Unidad (SI)
$T_{motor\_yaw}$	Torque ejercido por el Motor Yaw	[Nm]
$K_{tp}$	Constante que corresponde al torque de reacción del Motor Pitch y que perturba el movimiento del eje Yaw	[m]
$F_p(t)$	Fuerza ejercida por el Motor Pitch	[N]
$J_{motor\_yaw}$	Inercia rotacional del Motor Yaw	[Kg m <sup>2</sup> ]
$\dot{\omega}_1$	Aceleración angular del eje del motor según corresponda	[rad/s <sup>2</sup> ]
$T_1$	Torque en el eje del motor que corresponda	[Nm]
$T_2$	Torque ejercido en la carga conectada al motor que corresponda por medio del acople con engranes	[Nm]
$J_2$	Inercia rotacional de la carga conectada según corresponda	[Kg m <sup>2</sup> ]
$\dot{\omega}_2$	Aceleración angular de la carga conectada al motor según corresponda	[rad/s <sup>2</sup> ]
$B_2$	Fricción asociada a la carga conectada	[Nm s/rad]
$\omega_2$	Velocidad angular de la carga conectada al motor según corresponda	[rad/s]
$n_1$	Cantidad de dientes en el engrane o polea dentada conectado al eje del motor	
$n_2$	Cantidad de dientes en el engrane o polea dentada conectado a la carga	
$\theta_2$	Posición angular de la carga	[rad]
$\theta_1$	Posición angular del eje del motor	[rad]
$\dot{\theta}_1$	Velocidad angular del eje del motor	[rad/s]
$\dot{\theta}_2$	Velocidad angular de la carga	[rad/s]
$\ddot{\theta}_1$	Aceleración angular del eje del motor	[rad/s <sup>2</sup> ]
$\ddot{\theta}_2$	Aceleración angular de la carga	[rad/s <sup>2</sup> ]
$M$	Masa	[Kg]
$v$	Velocidad	[m/s]
$r$	Radio	[m]
$\omega$	Velocidad angular	[rad/s]
$M_{h\_yaw}$	Masa de la barra horizontal del soporte base	[Kg]
$M_{v1\_yaw}$	Masa de la barra vertical 1 del soporte de base	[Kg]
$M_{v2\_yaw}$	Masa de la barra vertical 2 del soporte de base	[Kg]

Tabla 6.1: “Tabla de símbolos 1”.

Símbolo	Magnitud	Unidad (SI)
$d M_1$	Diferencial de Masa 1	[Kg]
$a$	Ancho de la pletina asociada	[m]
$b$	Largo de la pletina asociada	[m]
$d M_2$	Diferencial de Masa 2	[Kg]
$I_{h_{yaw}}$	Inercia rotacional correspondiente a la barra horizontal del soporte de base	[Kg m <sup>2</sup> ]
$I_{v1_{yaw}}$	Inercia rotacional correspondiente a la barra vertical 1 del soporte de base	[Kg m <sup>2</sup> ]
$I_{v2_{yaw}}$	Inercia rotacional correspondiente a la barra vertical 2 del soporte de base	[Kg m <sup>2</sup> ]
$I_{T_{yaw}}$	Inercia rotacional correspondiente al conjunto: barra horizontal, barra vertical 1 y vertical 2 del soporte de base	[Kg m <sup>2</sup> ]
$I_{h_{pitch}}$	Inercia rotacional correspondiente a la barra horizontal del soporte Pitch	[Kg m <sup>2</sup> ]
$M_{h_{pitch}}$	Masa de la barra horizontal del Soporte Pitch	[Kg]
$c$	Ancho de la pletina asociada	[m]
$d$	Largo de la pletina asociada	[m]
$I_{v1_{pitch}}$	Inercia rotacional correspondiente a la barra vertical 1 del soporte Pitch	[Kg m <sup>2</sup> ]
$I_{v2_{pitch}}$	Inercia rotacional correspondiente a la barra vertical 2 del soporte Pitch	[Kg m <sup>2</sup> ]
$M_{v1_{pitch}}$	Masa de la barra vertical 1 del soporte Pitch	[Kg]
$M_{v2_{pitch}}$	Masa de la barra vertical 2 del soporte Pitch	[Kg]
$I_{s1_{pitch}}$	Inercia rotacional del soporte cilíndrico 1	[Kg m <sup>2</sup> ]
$I_{s2_{pitch}}$	Inercia rotacional del soporte cilíndrico 2	[Kg m <sup>2</sup> ]
$M_{s1_{pitch}}$	Masa del soporte cilíndrico 1	[Kg]
$M_{s2_{pitch}}$	Masa del soporte cilíndrico 2	[Kg]
$I_{T_{pitch}}$	Inercia rotacional correspondiente al conjunto: barra horizontal, barra vertical 1, vertical 2, soporte cilíndrico 1 y soporte cilíndrico 2 del soporte Pitch	[Kg m <sup>2</sup> ]

Tabla 6.2: “Tabla de símbolos 2”.

Símbolo	Magnitud	Unidad (SI)
$I_{motor_{yaw}}$	Inercia rotacional que aporta la masa del motor Yaw que depende de su ubicación de montaje dentro del modelo	$[Kg\ m^2]$
$I_{motor_{pitch}}$	Inercia rotacional que aporta la masa del motor Pitch que depende de su ubicación de montaje dentro del modelo	$[Kg\ m^2]$
$M_{motor_{yaw}}$	Masa del motor Yaw	$[Kg]$
$M_{motor_{pitch}}$	Masa del motor Pitch	$[Kg]$
$d_{eje}$	Distancia entre el eje de rotación y el centro de masa (aproximado) del motor Yaw asumiendo que éste va montado sobre el soporte de Base	$[m]$
$d_{centro}$	Distancia entre el eje de rotación y el centro de masa (aproximado) del motor Pitch asumiendo que éste va montado sobre el soporte de Base	$[m]$
$J_{yaw}$	Inercia rotacional correspondiente a la suma de: $I_{T_{yaw}} + I_{T_{pitch}} + I_{motor_{yaw}} + I_{motor_{pitch}} + I_{cam_{yaw}}$	$[Kg\ m^2]$
$I_{cam_{yaw}}$	Inercia rotacional de la cámara al realizar el giro sobre el eje Z	$[Kg\ m^2]$
$M_{cam}$	Masa de la cámara de video	$[Kg]$
$e$	Ancho de la cámara	$[m]$
$f$	Largo de la cámara	$[m]$
$\dot{\omega}_{yaw}$	Aceleración angular del cabezal al girar sobre el eje Z	$[rad/s^2]$
$B_{yaw}$	Fricción total del cabezal al girar sobre Z constituida por la fricción del rodamiento, la fricción en el acople de engranes y la producida por el roce de las superficies metálicas	$[Nm\ s/rad]$
$\omega_{yaw}$	Velocidad angular del cabezal al girar sobre el eje Z	$[rad/s]$

Tabla 6.3: “Tabla de símbolos 3”.

## Capítulo 7

# Modelado matemático generalizado

Basándonos en el diseño conceptual planteado, podemos definir que tanto para el movimiento rotacional (Yaw) como para la inclinación o cabeceo (Pitch) se requerirá del mismo mecanismo compuesto por: el motor de pasos y su correspondiente engrane acoplado al eje, la correa de timing y el engrane acoplado a la carga (ya sea en la base o en el eje que realizará la inclinación). El sistema puede prescindir del uso de correa de timing reduciéndose a un acople de engrane con engrane manteniendo la relación de transformación de torque y velocidad angular [18].

### 7.1. Parte mecánica del sistema

#### 7.1.1. Modelo matemático para movimiento sobre el eje Z

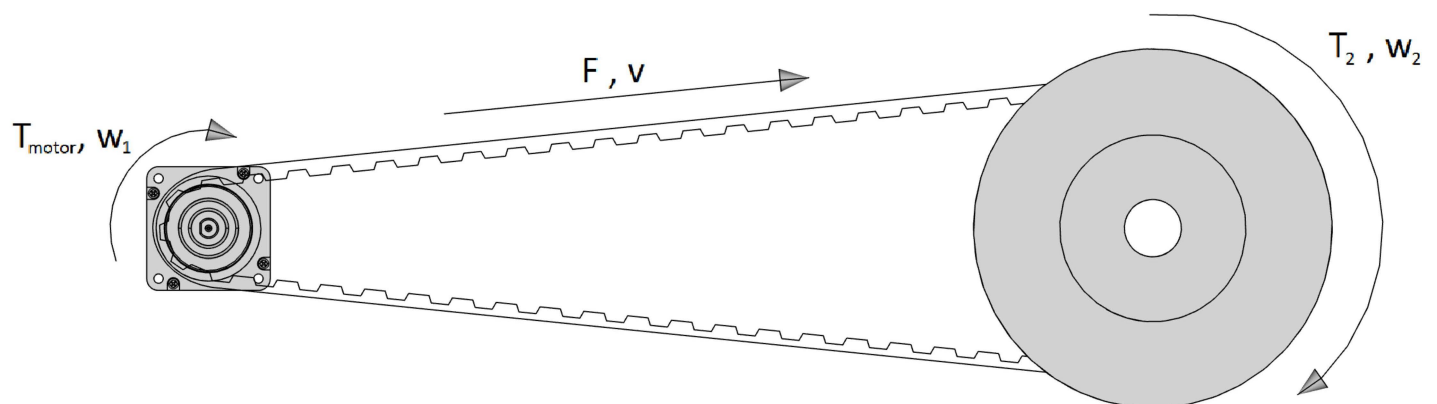


Figura 7.1: “Mecanismo preliminar para transferencia de movimiento”.

Se procede a determinar las ecuaciones que definen el comportamiento del motor que controla el movimiento rotacional de la base (Yaw) a partir de la figura (7.1).

$$T_{motor_{yaw}} = J_{motor_{yaw}}\dot{\omega}_1 + T_1 \quad (7.1)$$

Tal que  $T_1$  es el torque de carga en el eje del motor que está relacionado con  $T_2$  por la ecuación (7.3).

$$T_2 = J_2\dot{\omega}_2 + B_2\omega_2 \quad (7.2)$$

Tal que  $J_2$  es la inercia rotacional correspondiente a toda la parte móvil del cabezal, esto quiere decir: al armazón del soporte de base (Yaw), el soporte que realiza la inclinación (Pitch) y la cámara montada.  $B_2$  es la fricción correspondiente al roce del rodamiento ubicado en la base de rotación y al roce en los engranes y/o correa de timing.

Las relaciones de Torque y velocidad angular quedarán determinadas como se muestra en las ecuaciones (7.3) y (7.4).

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} \quad (7.3)$$

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{n_1}{n_2} \quad (7.4)$$

Tal que  $n_1$  y  $n_2$  corresponden al número de dientes de los engranes acoplados al eje del motor y la carga respectivamente.

Reemplazando (7.3) en (7.2) se obtiene la ecuación (7.5).

$$T_1 \frac{n_2}{n_1} = J_2\dot{\omega}_2 + B_2\omega_2 \quad (7.5)$$

Luego, de (7.1) se despeja  $T_1$  y reemplazamos en (7.5).

$$\left(T_{motor_{yaw}} - J_{motor_{yaw}}\dot{\omega}_1\right) \frac{n_2}{n_1} = J_2\dot{\omega}_2 + B_2\omega_2 \quad (7.6)$$

A continuación, acomodamos la ecuación obtenida para lograr la forma deseada.

$$T_{motor_{yaw}} \frac{n_2}{n_1} = \left(J_2\dot{\omega}_2 + J_{motor_{yaw}}\dot{\omega}_1 \frac{n_2}{n_1}\right) + B_2\omega_2 \quad (7.7)$$

Finalmente, de (7.4) se despeja  $\omega_1$ . Derivamos para obtener  $\dot{\omega}_1$  y reemplazamos en (7.7).

$$T_{motor_{yaw}} \frac{n_2}{n_1} = \left(J_2 + J_{motor_{yaw}} \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\right) \dot{\omega}_2 + B_2\omega_2 \quad (7.8)$$

$$T_{motor_{yaw}} \frac{n_2}{n_1} = \left( J_2 + J_{motor_{yaw}} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \right) \ddot{\theta}_2 + B_2 \dot{\theta}_2 \quad (7.9)$$

Se inician los cálculos para determinar la inercia  $J_2$  partiendo por la aportada al sistema por el armazón del soporte base (movimiento rotacional Yaw).

Para determinar la inercia se debe primero establecer la forma en que será calculada. Es posible despejar la inercia rotacional de cualquier objeto en base a su energía cinética [13].

La energía cinética del modelo está definida por la sumatoria de la energía cinética de cada una de sus partículas quedando representado por la ecuación (7.10).

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{2} M v_i^2 \quad (7.10)$$

Si reemplazamos  $v$  por  $r\omega$  obtenemos la forma deseada para velocidad rotacional.

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{2} M r_i^2 \omega^2 \quad (7.11)$$

En donde  $M r_i^2$  corresponde a la inercia rotacional de cada partícula del sistema.

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n M r_i^2 \omega^2 \quad (7.12)$$

La barra que servirá de soporte horizontal para la base ( $h_{yaw}$ ) aportará inercia rotacional a lo largo de ( $b$ ) y ancho ( $a$ ) al girar, de modo que, para obtener la inercia total es necesario evaluar por separado y luego sumar. El primer paso es determinar los diferenciales de masa.

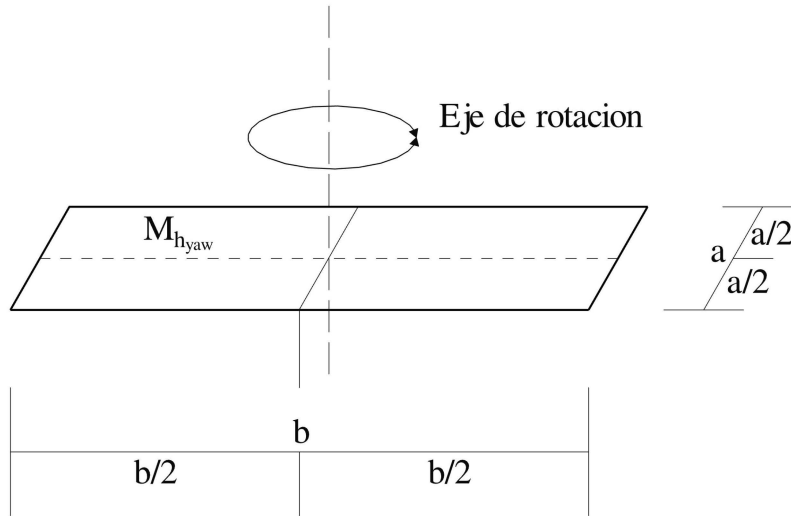


Figura 7.2: “Definición de variables para evaluar inercia en barra horizontal del soporte base ( $h_{yaw}$ ), tal que  $M_{h_{yaw}}$  es la masa de la barra,  $b$  es el largo y  $a$  el ancho”.

$$dM_1 = \frac{M_{h_{yaw}}}{ab} a \cdot dx \quad (7.13)$$

El diferencial de masa 1 ( $dM_1$ ) representa una pequeña porción de masa de ancho  $a$  y largo  $dx$ .

$$dM_1 = \frac{M_{h_{yaw}}}{b} \cdot dx \quad (7.14)$$

El diferencial de masa 2 ( $dM_2$ ) representa una pequeña porción de masa de largo  $b$  y ancho  $dy$ .

$$dM_2 = \frac{M_{h_{yaw}}}{ab} b \cdot dy \quad (7.15)$$

$$dM_2 = \frac{M_{h_{yaw}}}{a} \cdot dy \quad (7.16)$$

Por lo tanto, la inercia rotacional de la barra horizontal  $h_{yaw}$  quedará determinada por la ecuación (7.17).

$$I_{h_{yaw}} = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{M_{h_{yaw}}}{b} x^2 \cdot dx + \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{M_{h_{yaw}}}{a} y^2 \cdot dy \quad (7.17)$$

Integramos.

$$I_{h_{yaw}} = \frac{M_{h_{yaw}}}{b} \frac{x^3}{3} \Big|_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} + \frac{M_{h_{yaw}}}{a} \frac{y^3}{3} \Big|_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \quad (7.18)$$

Evaluamos en los límites de integración.

$$I_{h_{yaw}} = \frac{M_{h_{yaw}}}{b} \frac{1}{3} \frac{b^3}{2^3} + \frac{M_{h_{yaw}}}{b} \frac{1}{3} \frac{b^3}{2^3} + \frac{M_{h_{yaw}}}{a} \frac{1}{3} \frac{a^3}{2^3} + \frac{M_{h_{yaw}}}{a} \frac{1}{3} \frac{a^3}{2^3} \quad (7.19)$$

Factorizando y agrupando, obtenemos una expresión para definir la inercia de la barra horizontal  $h_{yaw}$ .

$$I_{h_{yaw}} = \frac{M_{h_{yaw}}}{12} \cdot a^2 + \frac{M_{h_{yaw}}}{12} \cdot b^2 = \frac{M_{h_{yaw}}}{12} (a^2 + b^2) \quad (7.20)$$

Procedemos a evaluar las barras de soporte vertical ( $v1_{yaw}$  y  $v2_{yaw}$ ). Dado que el límite superior no estará libre (en el extremo superior de la barra se montará el eje y el rodamiento para acoplar el soporte interior) se comportarán como una masa puntual (cada partícula se encuentra a una distancia  $\frac{b}{2}$  del eje de rotación). Por lo que quedarán definidas como se muestra en las ecuaciones (7.21) y (7.22).

$$I_{v1_{yaw}} = M_{v1_{yaw}} \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{M_{v1_{yaw}}}{4} \cdot b^2 \quad (7.21)$$

$$I_{v2_{yaw}} = M_{v2_{yaw}} \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{M_{v2_{yaw}}}{4} \cdot b^2 \quad (7.22)$$

Tal que  $M_{v1_{yaw}}$  y  $M_{v2_{yaw}}$  corresponden a las masas de las barras de soporte vertical de la base del lado izquierdo y derecho respectivamente.

Luego, la inercia del soporte base que realizará la rotación (sin considerar el soporte que permitirá el movimiento pitch ni la cámara montada) será:

$$I_{T_{yaw}} = I_{v1_{yaw}} + I_{h_{yaw}} + I_{v2_{yaw}} = \frac{M_{v1_{yaw}}}{4} \cdot b^2 + \frac{M_{h_{yaw}}}{12} (a^2 + b^2) + \frac{M_{v2_{yaw}}}{4} \cdot b^2 \quad (7.23)$$

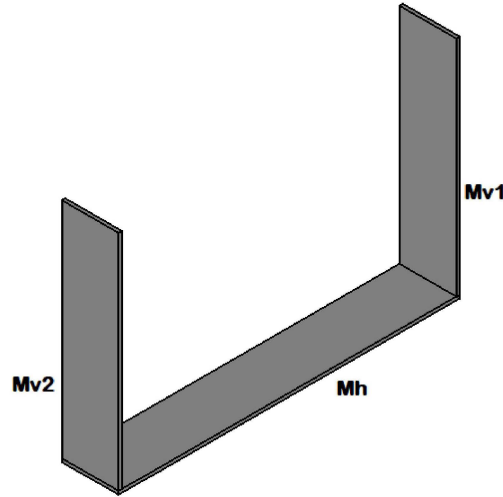


Figura 7.3: “Soporte base de rotación sobre eje Z”.

Pero  $M_{v1yaw} = M_{v2yaw}$  (teóricamente), entonces:

$$I_{T_{yaw}} = \frac{M_{v1yaw}}{2} \cdot b^2 + \frac{M_{h_{yaw}}}{12} (a^2 + b^2) \quad (7.24)$$

$$I_{T_{yaw}} = \frac{M_{h_{yaw}}}{12} \cdot a^2 + \left( \frac{M_{v1yaw}}{2} + \frac{M_{h_{yaw}}}{12} \right) \cdot b^2 \quad (7.25)$$

La inercia rotacional aportada por el soporte sobre el que irá montada la cámara (soporte que realizará la rotación sobre el eje Y, Pitch) será determinada de la misma manera que la del soporte “YAW”. Así que para la barra que en posición de reposo estará horizontal y soportará la masa de la cámara (barra  $h_{pitch}$ ) se mantendrá la misma forma de evaluación cambiando solo las variables asignadas al ancho (que para este soporte será llamada  $c$ ) y largo (que para este soporte será llamada  $d$ ).

Por lo tanto, las ecuaciones quedarían definidas de la siguiente manera:

$$I_{h_{pitch}} = \frac{M_{h_{pitch}}}{12} (c^2 + d^2) \quad (7.26)$$

$$I_{v1_{pitch}} = M_{v1_{pitch}} \cdot \left( \frac{d}{2} \right)^2 = \frac{M_{v1_{pitch}}}{4} \cdot d^2 \quad (7.27)$$

$$I_{v2_{pitch}} = M_{v2_{pitch}} \cdot \left( \frac{d}{2} \right)^2 = \frac{M_{v2_{pitch}}}{4} \cdot d^2 \quad (7.28)$$

Tal que  $M_{h_{pitch}}$  corresponde a la masa de la barra de base horizontal sobre la que irá montada la cámara y  $M_{v1_{pitch}}$  y  $M_{v2_{pitch}}$  corresponden a las masas de las barras verticales del mismo soporte, izquierda y

derecha respectivamente.

Adicionalmente, tendremos las masas  $M_{s1pitch}$  y  $M_{s2pitch}$  de los soportes cilíndricos que unirán ambos soportes y considerará también la masa de los rodamientos (626zz) en cada extremo. A pesar de que serán muy pequeñas se prefiere añadir al modelo y posteriormente realizando la evaluación determinar si es o no posible despreciarlas. Para efectos prácticos,  $M_{s1pitch}$  y  $M_{s2pitch}$  se considerarán como masas puntuales por lo que la inercia rotacional que aportan quedará determinada por las siguientes ecuaciones:

$$I_{s1pitch} = M_{s1pitch} \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{M_{s1pitch}}{4} \cdot b^2 \quad (7.29)$$

$$I_{s2pitch} = M_{s2pitch} \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{M_{s2pitch}}{4} \cdot b^2 \quad (7.30)$$

Tal que  $M_{s1pitch}$  y  $M_{s2pitch}$  son las masas de los soportes cilíndricos en conjunto con la masa de los rodamientos 626zz.

Finalmente, la inercia rotacional total del soporte de la cámara (soporte que permite la rotación sobre el eje “Y” sin considerar la cámara montada) será:

$$I_{Tpitch} = I_{v1pitch} + I_{hpitch} + I_{v2pitch} + I_{s1pitch} + I_{s2pitch} \quad (7.31)$$

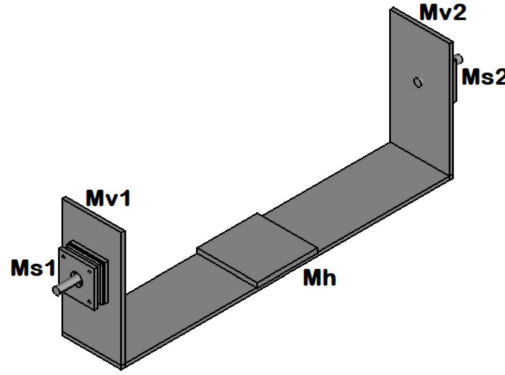


Figura 7.4: “Masas consideradas para el soporte pitch”.

$$I_{Tpitch} = \frac{M_{v1pitch}}{4} \cdot d^2 + \frac{M_{hpitch}}{12} (c^2 + d^2) + \frac{M_{v2pitch}}{4} \cdot d^2 + \frac{M_{s1pitch}}{4} \cdot b^2 + \frac{M_{s2pitch}}{4} \cdot b^2 \quad (7.32)$$

Pero  $M_{v1pitch} = M_{v2pitch}$  y  $M_{s1pitch} = M_{s2pitch}$  (teóricamente), entonces:

$$I_{Tpitch} = \frac{M_{v1pitch}}{2} \cdot d^2 + \frac{M_{hpitch}}{12} (c^2 + d^2) + \frac{M_{s1pitch}}{2} \cdot b^2 \quad (7.33)$$

Otro aspecto importante es que los motores estarán montados sobre los soportes por lo que su propia masa también influirá en la carga ejercida sobre el sistema. Se considerarán ambos motores como masas puntuales.

El motor que controla el movimiento rotacional de la base (Yaw) se ubica a una distancia  $b/2 + d_{eje}$ , donde  $d_{eje}$  es la distancia desde el límite de la pletina de base horizontal ( $h_{yaw}$ ) hasta el centro del motor.

$$I_{motor_{yaw}} = M_{motor_{yaw}} \cdot \left( \frac{b}{2} + d_{eje} \right)^2 \quad (7.34)$$

Siendo  $M_{motor_{yaw}}$  la masa del motor.

Para el motor que controla el movimiento de inclinación o cabeceo (Pitch), la distancia al eje de rotación será  $b/2 - d_{centro}$  dado que estará montado sobre la barra horizontal del soporte Yaw ( $h_{yaw}$ ) y  $d_{centro}$  será la distancia desde el límite de la barra hasta el centro del motor Pitch ( $motor_{pitch}$ ).

$$I_{motor_{pitch}} = M_{motor_{pitch}} \cdot \left( \frac{b}{2} - d_{centro} \right)^2 \quad (7.35)$$

Concluyendo, la inercia rotacional de todo el armazón ( $J_{yaw}$ ) que se busca queda definida por:

$$J_{yaw} = I_{T_{yaw}} + I_{T_{pitch}} + I_{motor_{yaw}} + I_{motor_{pitch}} + I_{cam_{yaw}} \quad (7.36)$$

Tal que  $I_{cam_{yaw}}$  depende de la forma, masa y eje de rotación de la cámara. Idealmente será de la forma:

$$I_{cam_{yaw}} = \frac{M_{cam}}{12} (e^2 + f^2) \quad (7.37)$$

Con  $e$  definiendo el ancho y  $f$  el largo de la cámara.

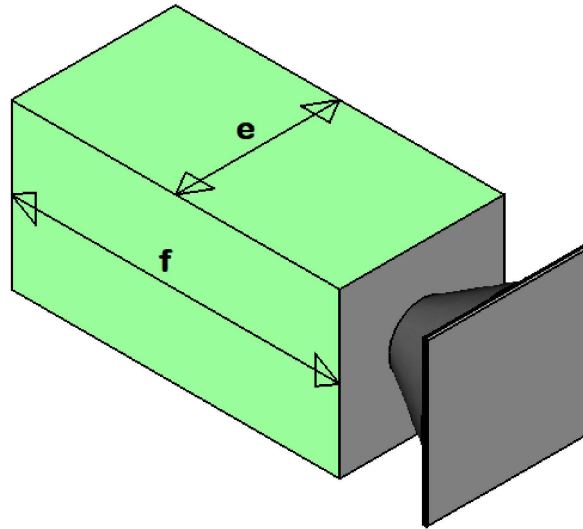


Figura 7.5: “cámara de video con dimensiones; e, definiendo al ancho; f, definiendo al largo”.

De esta manera la ecuación que define el movimiento del motor Yaw es:

$$T_{motor_{yaw}} \frac{n_2}{n_1} = \left( J_{yaw} + J_{motor_{yaw}} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \right) \dot{\omega}_{yaw} + B_{yaw} \cdot \omega_{yaw} \quad (7.38)$$

Tal que  $B_{yaw}$  es la fricción del rodamiento en la base rotacional (base Yaw) sumada a la fricción en el acople de los engranes y la fricción producida por el roce de las superficies metálicas lubricadas y  $\omega_{yaw}$  es la velocidad angular del cabezal al realizar el movimiento Yaw. Para determinar  $B_{yaw}$ ; primero, se procederá a determinar la fricción en el rodamiento, luego la correspondiente a la pérdida de fuerza en los engranes y finalmente la fricción entre las piezas de metal lubricado de la base rotatoria.

$$B_{rodamiento} [Nm \frac{s}{r}] = M \cdot g \cdot \mu \cdot \frac{d_m}{2} \cdot \frac{1}{\omega \cdot \frac{2\pi}{60}} \quad (7.39)$$

Para el rodamiento 16004zz se utilizará la ecuación (7.39) en base a la obtención del momento de rozamiento [4, pág 256] y la velocidad angular de la carga que permite calcular la fricción en el rodamiento en base a: la fuerza que ejerce la masa sobre él ( $M \cdot g$ ), el diametro pitch ( $d_m$ ) que corresponde al diametro medio del rodamiento y pasa por el centro de los elementos que ruedan (en este caso bolas de acero), el coeficiente de fricción o rozamiento ( $\mu$ ) que viene dado por la tabla (7.1) pero también puede ser determinado mediante la ecuacion (7.40) y finalmente la velocidad ( $\omega$ ) en *rpm* que es convertida a *radianes por segundo*.

$$\mu = \frac{2 \cdot M}{P \cdot d} \quad (7.40)$$

Tal que:

$\mu$  = coeficiente de fricción.

$M$  = par de fricción [Nm]

$P$  = Carga [N]

$d$  = diametro interior del rodamiento [m]

Bearing type	Coefficient of friction $\mu$
Deep Groove Ball Bearing	0,0015
Angular contact Bearing	0,0020
Cylindrical Roller Bearing, Cage	0,0010
Cylindrical Roller Bearing, Full Comp.	0,0020
Tapered Roller Bearing	0,0020
Spherical Roller Bearing	0,0020
Ball Thrust Bearing	0,0015
Cylindrical Roller Thrust Bearing	0,0050
Tapered Roller Thrust Brg. Cage	0,0020
Tapered Roller Thrust Brg. Full Comp	0,0050

Tabla 7.1: “Coeficientes de fricción para distintos tipos de rodamientos”.

Para determinar la pérdida de fuerza en los engranes se recurrirá a dos estudios. El primero, realizado en la NASA [12] en el que se demuestra que para sistemas mecánicos con acople mediante engranaje ocurre una pérdida importante de fuerza. Iniciando con el estudio del coeficiente de roce estático se determinó de manera práctica (como referencia) que para una fuerza de  $900[N]$  la pérdida en la fricción entre diente y diente del engranaje (cubierto con algún lubricante) es de  $\cong 60[N]$  lo que indica un coeficiente de fricción de 0,067.

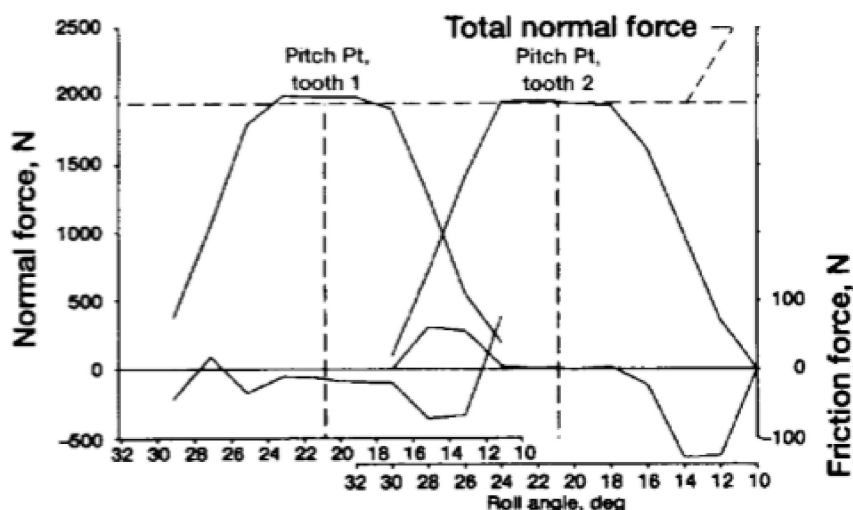


Figura 7.6: “Prueba de esfuerzo estático para engranajes”.

En el estudio también se evalúa el esfuerzo para determinar el coeficiente de rozamiento dinámico pero, en este trabajo se emplearán velocidades muy bajas y múltiples movimientos punto a punto por lo que se considerará el coeficiente de rozamiento estático predominante para la evaluación del efecto de la fricción.

Del segundo estudio, realizado en la Universidad estatal de Columbus Ohio [16], se obtiene la ecuación para determinar la fricción en engranajes. A partir de (7.41), se simplifica para obtener un modelo más práctico y aproximado ya que para el diseño del cabezal no se requiere una alta precisión en la determinación de este coeficiente.

$$F_{f,i}(t) = \oint_i \mu_i(t, S) P_i(t, S) dS \tag{7.41}$$

Tal que:

F = Fuerza de fricción [N]

$\mu$  = coeficiente de fricción del engrane.

P = Presión de contacto superficial [N/m<sup>2</sup>]

dS = pequeña porción de área sobre la que se aplica la presión [m<sup>2</sup>]

Para realizar el acomode de valores se inició con la determinación de la presión en base a la fuerza ejercida sobre el diente del engranaje. Dado que un lado es el que entrega la fuerza y el otro el que la recibe, se asumirá que la carga a realizar será la correspondiente a la aceleración angular por la inercia rotacional del cabezal ( $J_{yaw} \cdot \dot{\omega}$ ) y se obtendrá la aceleración máxima ( $\omega_{max}$ ) a partir de la diferencia entre el arranque (velocidad cero en tiempo cero) y la máxima velocidad angular del sistema en el tiempo  $t_a$  ( $\omega_{max}$ ). Las unidades de  $J_{yaw} \cdot \dot{\omega}$  son  $kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$  lo que equivale a torque ([Nm]). Al dividir el

torque determinado por el radio del engrane se obtendrá la fuerza aplicada en Newtons ( $[N]$ ). Esta fuerza será la aplicada sobre la superficie de contacto, que en otras palabras será la cara de cada diente del engranaje. Al integrar se obtendrá la superficie en  $[m^2]$  por lo que terminaremos simplificando las dimensiones correspondientes al área y nos quedaremos con  $\mu \cdot [N]$ , ósea una proporcional de la fuerza aplicada, tal como lo demostrado por los estudios de la Nasa.

Para determinar la fricción, simplemente se evaluará la fuerza de fricción ( $F$ ) multiplicada por el radio del engrane (en  $[m]$ ) y dividido por la velocidad angular del sistema (en  $rad/seg$ ). Finalmente la ecuación para determinar la fricción en los engranes a utilizar será (7.42).

$$B_{engranes} = \mu \cdot J_{yaw} \cdot \dot{\omega}_{max} \cdot r_{engrane} \cdot \frac{1}{\omega} [Nm \cdot \frac{s}{rad}] \quad (7.42)$$

Tal que:

$B$  = Fricción en engranes  $[Nm]$

$\mu$  = coeficiente de fricción del engrane.

$J_{yaw}$  = Inercia rotacional asociada al eje Z.

$\dot{\omega}_{max}$  = Aceleración angular máxima  $[rad/s^2]$

$r_{engrane}$  = radio del engranaje  $[m]$

$\omega$  = Velocidad angular a la que se trabajará  $[rad/s]$

Se procede a determinar la fricción asociada al roce entre los metales lubricados de la base rotatoria. Para ello se plantea analizar la fricción en un disco de acero lubricado que gira sobre una superficie de acero con velocidad angular  $\omega$  y con una masa  $M$  como se muestra en negro en la figura (7.7). Basado en la curva de Stribeck [5], se considera que la fricción entre 2 superficies lubricadas es no lineal pero a bajas velocidades se comporta como si no existiera la lubricación. Dado que se busca realizar múltiples movimientos cortos, predominará el uso de bajas velocidades para arranque y detención por lo que se analizará la fricción estática de la carga.

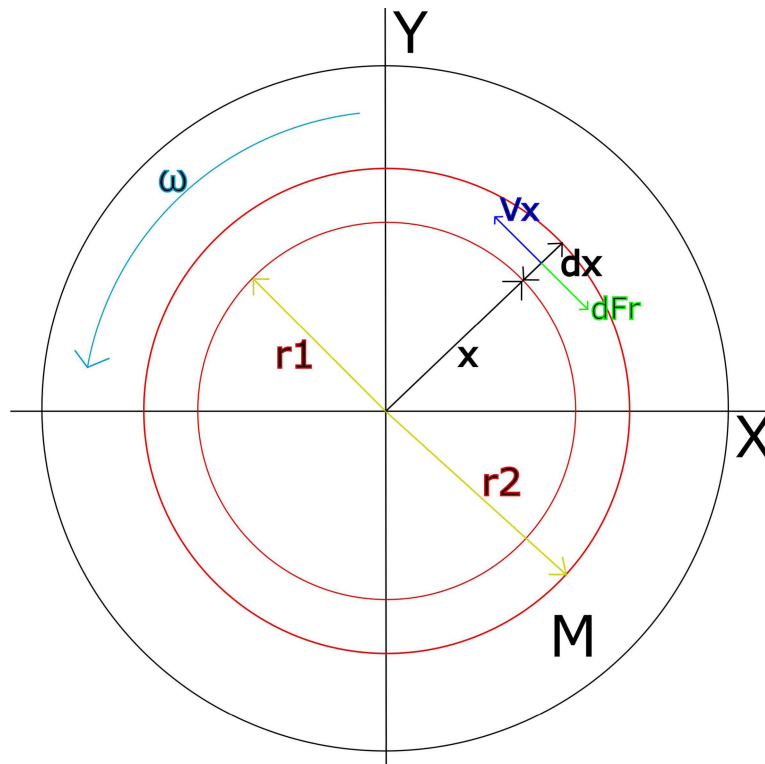


Figura 7.7: “definición de variables para cálculo de torque de fricción entre superficies circulares”.

Si se divide el disco en múltiples anillos de radio  $x$  y ancho  $dx$  podemos observar que la fuerza de rozamiento o fricción que se opone al desplazamiento ( $Fr$ ) será igual para cada parte del anillo en módulo, dirección y sentido. Por lo tanto,  $dFr$  quedará definido por:

$$dFr = \mu \cdot dN \cdot x \text{ [Nm]} \tag{7.43}$$

Tal que:

$dFr$  = diferencial de la fuerza de fricción [Nm]

$\mu$  = coeficiente de fricción del material

$dN$  = diferencial de la reacción del plano equivalente a  $P \cdot a$  [N]

$x$  = radio del anillo a evaluar como se muestra en la figura (7.7) [m]

Para definir  $dN$  se considera  $P$  como una presión uniformemente distribuida, dicho en otras palabras, dependerá directamente de la fuerza axial producida por la masa y la aceleración de gravedad dividida por el área del anillo que se pretende representar para el caso de estudio (roce entre 2 anillos de acero lubricado). Se utilizará  $a$  como el área del disco que se pretende evaluar.

$$dN = \frac{M \cdot g}{\pi \cdot (r_2^2 - r_1^2)} \cdot a [N] \quad (7.44)$$

El área del anillo a evaluar quedará definida como se muestra en (7.45) considerando un disco de radio  $x + dx$  y un disco de radio  $x$ .

$$a_{anillo} = a_{x+dx} - a_x [m^2] \quad (7.45)$$

Tal que:

$a_{x+dx}$  : es el área del disco de radio  $x + dx$  [ $m^2$ ]

$a_x$  : es el área del disco de radio  $x$  [ $m^2$ ]

$$a_{x+dx} = \pi \cdot (x + dx)^2 [m^2] \quad (7.46)$$

$$a_x = \pi \cdot x^2 [m^2] \quad (7.47)$$

Se reemplaza (7.46) y (7.47) en (7.45) y se obtiene (7.48).

$$a_{anillo} = \pi \cdot (x + dx)^2 - \pi \cdot x^2 [m^2] \quad (7.48)$$

$$a_{anillo} = \pi \cdot ((x + dx)^2 - x^2) [m^2] \quad (7.49)$$

$$a_{anillo} = \pi \cdot (x^2 + 2x dx + dx^2 - x^2) [m^2] \quad (7.50)$$

Como  $dx$  es una fracción pequeña de  $x$ ,  $dx^2$  corresponderá a un número muy pequeño por lo que se aproximará a cero y se despreciará.

$$\implies a_{anillo} = 2\pi \cdot x dx [m^2] \quad (7.51)$$

Se reemplaza (7.51) en (7.44) para obtener (7.52).

$$\Rightarrow dN = \frac{M \cdot g}{\pi \cdot (r_2^2 - r_1^2)} \cdot 2\pi \cdot x \, dx \, [N] \quad (7.52)$$

Acomodamos y eliminamos términos semejantes.

$$\Rightarrow dN = \frac{2M \cdot g}{(r_2^2 - r_1^2)} \cdot x \, dx \, [N] \quad (7.53)$$

Luego determinamos  $Fr$  integrando  $dFr$ .

$$Fr = \int dFr \, [Nm] \quad (7.54)$$

$$\Rightarrow Fr = \int \mu \cdot dN \cdot x \, [Nm] \quad (7.55)$$

$$\Rightarrow Fr = \int \mu \frac{2M \cdot g}{(r_2^2 - r_1^2)} \cdot x^2 \, dx \, [Nm] \quad (7.56)$$

Para el caso de estudio propuesto se definen los límites de integración de  $r_1$  a  $r_2$  pasando de un disco sólido a definir el anillo que tendrá contacto.

$$Fr = \int_{r_1}^{r_2} 2 \frac{M \cdot g}{(r_2^2 - r_1^2)} \mu \cdot x^2 \, dx \, [Nm] \quad (7.57)$$

Se integra y evalúa.

$$Fr = 2 \frac{M \cdot g}{(r_2^2 - r_1^2)} \mu \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_{r_1}^{r_2} \, [Nm] \quad (7.58)$$

$$Fr = 2 \frac{M \cdot g}{(r_2^2 - r_1^2)} \mu \cdot \frac{r_2^3}{3} - 2 \frac{M \cdot g}{(r_2^2 - r_1^2)} \mu \cdot \frac{r_1^3}{3} \, [Nm] \quad (7.59)$$

$$\Rightarrow Fr = M \cdot g \cdot \mu \cdot \frac{2}{3} \left( \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} \right) \, [Nm] \quad (7.60)$$

Al multiplicar la ecuación (7.60) por  $1/\omega$  obtenemos la fricción que aporta el roce entre las superficies como se muestra en (7.61) y se obtiene la ecuación buscada para definir  $B_{surface}$ .

$$\Rightarrow B_{surface} = M \cdot g \cdot \mu \cdot \frac{2}{3} \left( \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} \right) \cdot \frac{1}{\omega} \, [Nm \cdot \frac{s}{rad}] \quad (7.61)$$

### 7.1.2. Modelo matemático para movimiento sobre el eje Y

Se procede a determinar las ecuaciones que rigen el comportamiento del motor que controla el movimiento de inclinación o cabeceo ( $motor_{pitch}$ ). De manera preliminar, tendrá el mismo comportamiento que el motor que controla la rotación de la base ( $motor_{yaw}$ ):

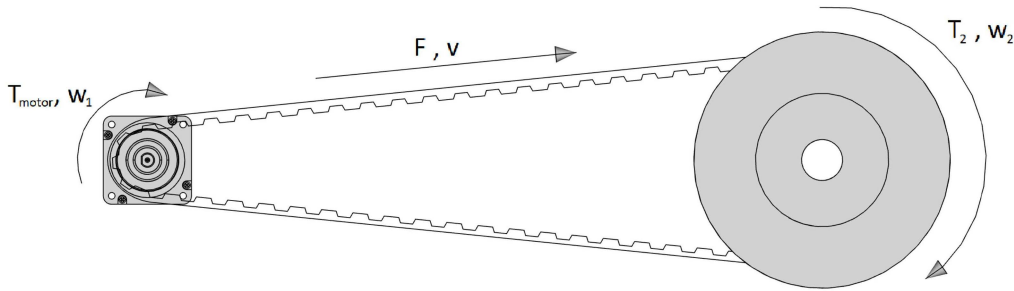


Figura 7.8: “definición de variables para el sistema motor pitch”.

$$T_{motor_{pitch}} = J_{motor_{pitch}} \dot{\omega}_1 + T_1 \quad (7.62)$$

$$T_2 = J_2 \dot{\omega}_2 + B_2 \omega_2 + M_{cam} \cdot g \cdot \left( \frac{4 \cdot b_{v1}}{5} \right) \cdot \sin(\theta_2) \quad (7.63)$$

$$T_{motor_{pitch}} \frac{n_2}{n_1} = \left( J_2 + J_{motor_{pitch}} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \right) \dot{\omega}_2 + B_2 \omega_2 + M_{cam} \cdot g \cdot \left( \frac{4 \cdot b_{v1}}{5} \right) \cdot \sin(\theta_2) \quad (7.64)$$

Tal que  $J_2$ : Inercia correspondiente al soporte Pitch y la cámara.

Al igual que en modelo anterior se procede primero con la determinación de la inercia de la pieza con forma de análisis más compleja. En este caso, las barras de soporte en vertical ( $v1$  y  $v2$ ) tendrán una mayor inercia a medida que el largo se aleja del eje de rotación (figura 7.9). La forma de obtención es igual a la utilizada en la ecuación (7.17) pero con diferentes límites de integración (debido al cambio de la posición del eje). El eje de rotación se ubicará en el centro de la barra con respecto al ancho ( $a_{v1}/2$ ) y a una distancia  $b_{v1}/5$  del extremo superior tal que  $a_{v1}$  es el ancho y  $b_{v1}$  es el largo de la barra de soporte vertical  $v1_{pitch}$ .

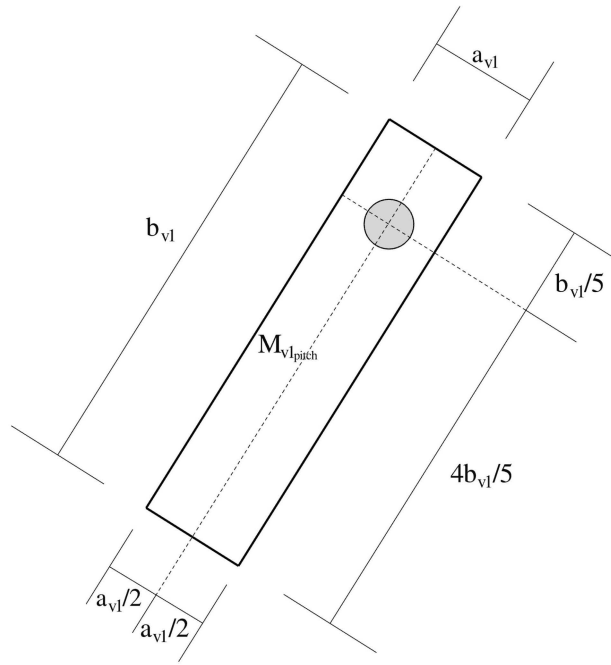


Figura 7.9: “Definición de variables para evaluar inercia en barra vertical del soporte de cámara ( $v1_{pitch}$ ), tal que  $M_{v1_{pitch}}$  es la masa de la barra,  $b$  es el largo y  $a$  el ancho”.

Basado en lo descrito y en la figura (7.9), la ecuación quedaría definida de la siguiente forma:

$$I_{v1_{pitch}} = \int_{-\frac{4b}{5}}^{\frac{b}{5}} \frac{M_{v1_{pitch}}}{b} x^2 \cdot dx + \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{M_{v1_{pitch}}}{a} y^2 \cdot dy \quad (7.65)$$

Integramos.

$$I_{v1_{pitch}} = \frac{M_{v1_{pitch}}}{b} \frac{x^3}{3} \Big|_{-\frac{4b}{5}}^{\frac{b}{5}} + \frac{M_{v1_{pitch}}}{a} \frac{y^3}{3} \Big|_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \quad (7.66)$$

Evaluamos en los límites de integración.

$$I_{v1_{pitch}} = \frac{M_{v1_{pitch}}}{b} \frac{1}{3} \frac{b^3}{5^3} + \frac{M_{v1_{pitch}}}{b} \frac{1}{3} \frac{(4b)^3}{5^3} + \frac{M_{v1_{pitch}}}{a} \frac{1}{3} \frac{a^3}{2^3} + \frac{M_{v1_{pitch}}}{a} \frac{1}{3} \frac{a^3}{2^3} \quad (7.67)$$

Factorizando y agrupando, obtenemos una expresión para definir la inercia de la barra vertical  $v1_{pitch}$ .

$$I_{v1_{pitch}} = M_{v1_{pitch}} \frac{13}{75} \cdot b^2 + \frac{M_{v1_{pitch}}}{12} \cdot a^2 \quad (7.68)$$

Dado que  $M_{v1_{pitch}} \cong M_{v2_{pitch}}$ , entonces  $I_{v2_{pitch}} \cong I_{v1_{pitch}}$ .

Determinamos a continuación la inercia de la barra horizontal sobre la que estará montada la cámara ( $h_{pitch}$ ). Para cada partícula de masa  $dM_{h_{pitch}}$  a una distancia  $r$  del eje de rotación la inercia asociada

será:

$$I_{dM_{h_{pitch}}} = dM_{h_{pitch}} \cdot r^2 \quad (7.69)$$

La inercia de la barra quedará determinada por la suma de la inercia rotacional de cada una de sus partículas:

$$I_{h_{pitch}} = \sum_{i=1}^n dM_{h_{pitch}} \cdot r_i^2 = dM_{h_{pitch}} \cdot r_1^2 + dM_{h_{pitch}} \cdot r_2^2 + \dots + dM_{h_{pitch}} \cdot r_n^2 \quad (7.70)$$

Pero para todas las partículas,  $r$  es aproximadamente el mismo por lo que podemos reducir a:

$$I_{h_{pitch}} = r^2(dM_{h_{pitch}} + dM_{h_{pitch}} + \dots + dM_{h_{pitch}}) = M_{h_{pitch}} \cdot r^2 \quad (7.71)$$

Se considerará despreciable la inercia aportada por los soportes ( $s_1$  y  $s_2$ ) dado que están sobre el eje de rotación y su masa es muy pequeña en relación a  $M_{h_{pitch}}$ ,  $M_{v1_{pitch}}$  y  $M_{v2_{pitch}}$ . Finalmente la inercia rotacional total del soporte Pitch ( $J_{pitch}$ ) quedará determinada por la siguiente ecuación:

$$J_{pitch} = I_{h_{pitch}} + I_{v1_{pitch}} + I_{v2_{pitch}} + I_{cam_{pitch}} \quad (7.72)$$

Tal que  $I_{cam_{pitch}}$  depende de la forma, masa y punto de montaje de la cámara. Idealmente será de la forma:

$$I_{cam_{yaw}} = \frac{M_{cam}}{12}(g^2 + f^2) \quad (7.73)$$

Con  $g$  definiendo el alto y  $f$  el largo de la cámara.

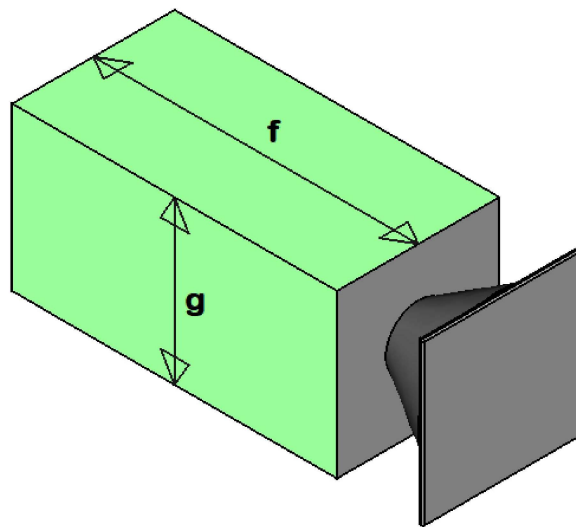


Figura 7.10: “cámara de video con dimensiones; g, definiendo al alto o espesor; f, definiendo al largo”.

De esta manera la ecuación que define el movimiento del motor Pitch es:

$$T_{motor_{pitch}} \frac{r_2}{r_1} = \left( J_{pitch} + J_{motor_{pitch}} \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 \right) \dot{\omega}_{pitch} + B_{pitch} \cdot \omega_{pitch} \quad (7.74)$$

Tal que  $B_{pitch}$  es la fricción del rodamiento en el eje de rotación Pitch sumada a la fricción en el acople de los engranes y la pérdida de fuerza en el roce de los metales lubricados y  $\omega_{pitch}$  es la velocidad angular del cabezal Pitch.

Para determinar la fricción  $B_{pitch}$  se usarán las ecuaciones descritas en la sección anterior. La ecuación (7.39) para los rodamientos y la ecuación (7.42) para los engranes mientras que para el roce de metales se realizará un nuevo cálculo.

$$B_{pitch} = B_{rodamientos} + B_{engranes} + B_{surface} \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (7.75)$$

$$B_{rodamientos} = 2 \cdot M \cdot g \cdot \mu \cdot \frac{d_m}{2} \cdot \frac{1}{\omega} \left[ Nm \frac{s}{rad} \right] \quad (7.76)$$

$$B_{engranes} = \mu \cdot J_{pitch} \cdot \dot{\omega}_{max} \cdot r_{engrane} \cdot \frac{1}{\omega} \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (7.77)$$

Tal que:

$\mu$  = coeficiente de fricción del engrane.

$J_{pitch}$  = Inercia rotacional asociada al eje Y.

$\dot{\omega}_{max}$  = Aceleración angular máxima  $[rad/s^2]$

$r_{engrane}$  = radio del engranaje  $[m]$

$\omega$  = Velocidad angular a la que se trabajará  $[rad/s]$

Finalmente para determinar la fricción producida por el roce de los metales lubricados se utilizará la fórmula descrita en la sección anterior para discos (ecuación 7.61). A pesar de ser una superficie cuadrada y no circular, al girar cambiará el área que permanece en contacto y por consiguiente produce el roce por lo que la aproximación a una forma de disco (asumir que el área de contacto sea circular) es mucho más cercana y aceptable para determinar el roce. Dado que existen dos soportes, se doblará el valor.

$$T_f = 2 \cdot M \cdot g \cdot \mu \cdot \frac{2}{3} \left( \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} \right) [Nm] \quad (7.78)$$

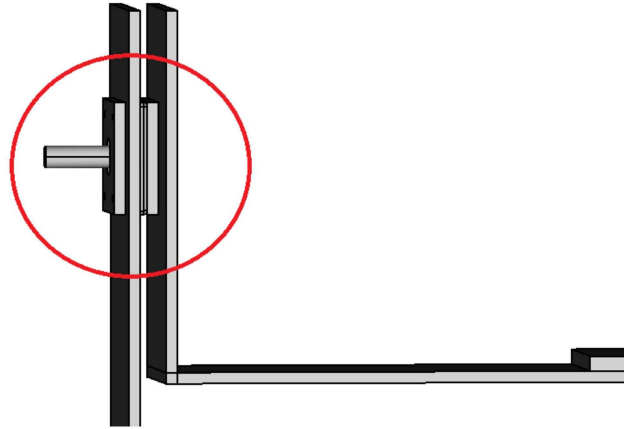


Figura 7.11: “detalle roce; encerrado en rojo, zona en la que se producirá fricción por roce entre metales lubricados”.

Al multiplicar la ecuación (7.78) por  $1/\omega$  obtenemos la fricción que aporta el roce entre las superficies como se muestra en (7.79).

$$B_{surface} = 2 \cdot M \cdot g \cdot \mu \cdot \frac{2}{3} \left( \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} \right) \cdot \frac{1}{\omega} \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (7.79)$$

Basado en los cálculos descritos, podemos obtener el torque máximo requerido por el motor que realizará el movimiento rotacional ( $motor_{yaw}$ ) de la base, simplemente reemplazando las variables y despejando el torque del motor en función de ellas. Pero para el motor que controla la inclinación ( $motor_{pitch}$ ) existe, además de la inercia, un torque de carga que aumenta con el ángulo de inclinación de la cámara y es máximo cuando el soporte central alcanza los 90 grados.

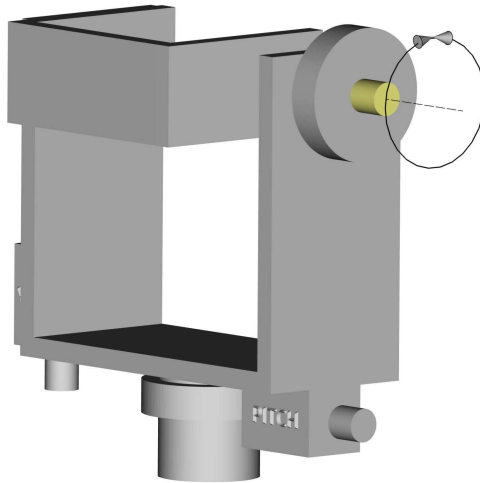


Figura 7.12: “Soporte pitch en posición con máximo requerimiento de torque de retención”.

La fuerza ejercida sobre el soporte será solo la que entrega el peso de la cámara (dados los requerimientos propuestos son 2.5 [kg] máximo) por lo que tendremos 2.5 kilopondios o kilogramos fuerza.

$$2,5[kp] = 24,517[N] \quad (7.80)$$

Frente a esta carga, la inercia de la estructura y la fricción del rodamiento son despreciables. por lo que el torque máximo en el motor de movimiento pitch  $T_{max_{motor_{pitch}}}$  quedará definido por:

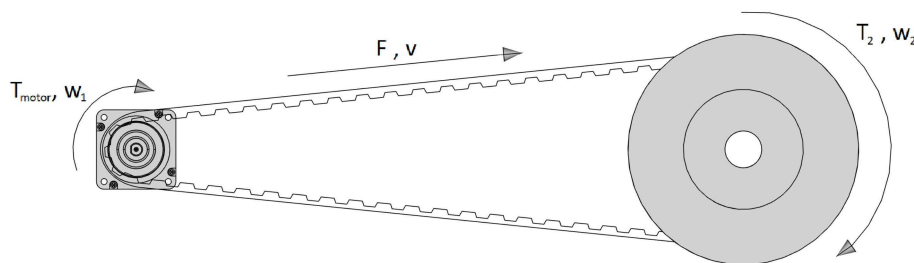


Figura 7.13: “definición de variables para motor pitch”.

$$T_{motor_{pitch}} = J_{motor_{pitch}} \dot{\omega}_1 + T_1 \quad (7.81)$$

$$T_2 = T_{load} \quad (7.82)$$

Tal que  $T_{load}$  es el torque de carga definido a continuación.

$$T_{load}[Nm] = 24,517 [N] \cdot \frac{4b_{v1}}{5} [m] \quad (7.83)$$

Tal que  $4b_{v1}/5$  es la distancia desde el eje de rotación hasta el soporte donde se montará la cámara. Se procede a acomodar la ecuación (7.81) iniciando con las transformaciones dadas por la ganancia de torque y velocidad angular.

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} \quad (7.84)$$

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{n_1}{n_2} \quad (7.85)$$

Reemplazamos (7.82) en (7.84).

$$T_{load} = T_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} \quad (7.86)$$

Despejamos  $T_1$ .

$$T_1 = T_{load} \cdot \frac{n_1}{n_2} \quad (7.87)$$

De (7.85) despejamos  $\omega_1$  para dejar la velocidad del motor en función de la velocidad del movimiento de inclinación.

$$\omega_1 = \omega_2 \cdot \frac{n_2}{n_1} \quad (7.88)$$

Derivamos para obtener  $\dot{\omega}_1$  y luego procedemos a reemplazar en la ecuación (7.81) tanto  $\omega_1$  como  $T_1$ .

$$\Rightarrow T_{max_{motor_{pitch}}} = J_{motor_{pitch}} \dot{\omega}_2 \frac{n_2}{n_1} + T_{load} \frac{n_1}{n_2} \quad (7.89)$$

Éste correspondería al máximo torque requerido por el  $motor_{pitch}$ . Es importante revisar que el motor cumpla con las exigencias tanto para realizar movimientos como también para sostener la cámara en la posición requerida (torque de retención debe ser mayor a  $T_{max_{motor_{pitch}}}$ ).

## 7.2. Parte eléctrica del sistema

De la misma forma que se define la parte mecánica del sistema, se procede a identificar y definir el modelo matemático de la parte eléctrica. En los modelos planteados se considera la resistencia eléctrica, la tensión de entrada, la corriente, la inductancia y la constante del motor ( $K_\phi$ ) lo que nos permitirá determinar la constante de tiempo eléctrica del sistema y analizar su respuesta en conjunto con la del sistema mecánico [18].

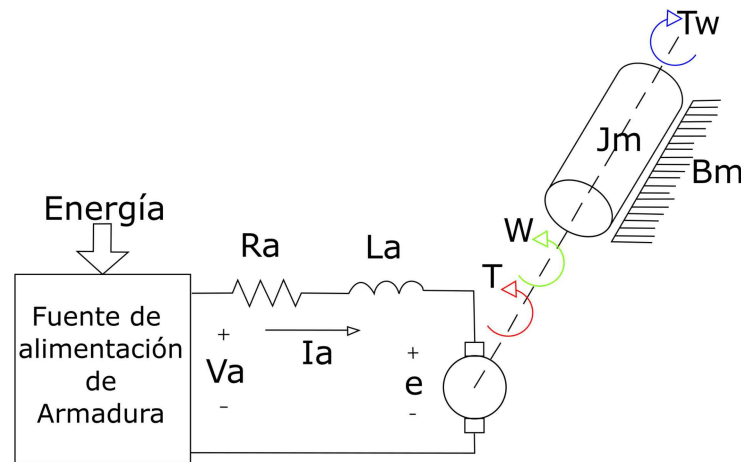


Figura 7.14: “modelo electromecánico de motor DC de imanes permanentes”.

Se considera un modelo electromecánico para motor DC de imanes permanentes tal como se muestra en la figura (7.14) del cual se extrae la ecuación (7.90) que se usará como modelo matemático representativo de la parte eléctrica del motor. En la ecuación se relaciona el voltaje de entrada con la corriente de salida mediante la resistencia e inductancia de las bobinas del motor. La corriente multiplicada por la constante del motor ( $K_\phi$ ) permitirá obtener la magnitud del torque generado por el motor.

$$I_a(s) = \frac{V_a(s) - (K_\phi \cdot \Omega(s))}{R_a + s L_a} \quad (7.90)$$

$K_\phi \cdot \omega$  representa el voltaje de entrada al controlador proveniente de la retroalimentación del sistema. En otras palabras,  $V_a(s) - (K_\phi \cdot \Omega(s))$  es la diferencia entre la referencia entregada y el valor que efectivamente alcanza el sistema en funcionamiento.

## Capítulo 8

# Modelado matemático aplicado al sistema

### 8.1. Especificaciones del diseño

Basado en lo mencionado en el capítulo de diseño conceptual, se utilizará el máximo peso deseado a controlar para ser aplicado en el modelo matemático generalizado.

$$\text{Peso de la cámara} = 2,5[\text{kg}] \quad (8.1)$$

Se mantendrá la relación de transformación de torque y velocidad indicada en el capítulo mencionado.

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} \quad (8.2)$$

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{n_1}{n_2} \quad (8.3)$$

Para el eje de rotación sobre Z (YAW) tendremos el par engranaje  $(n_{2_y}, n_{1_y})$  tal que:

$$n_{2_y} = 108 \quad (8.4)$$

$$n_{1_y} = 27 \quad (8.5)$$

Para el eje de rotación sobre Y (PITCH) tendremos el par engranaje  $(n_{2_p}, n_{1_p})$  tal que:

$$n_{2_p} = 48 \quad (8.6)$$

$$n_{1_p} = 12 \quad (8.7)$$

## 8.2. Cálculo y/o determinación de constantes: Parte mecánica

Para determinar el motor de pasos a utilizar, se usará la ecuación (7.83) del capítulo de diseño conceptual para hallar el máximo torque a ejercer y asegurar la carga en al menos un 150%. Para 2,5[kg] se tiene:

$$T_{load}[Nm] = 24,517 [N] \cdot \frac{4b_{v_p}}{5} [m] \quad (8.8)$$

$$\Rightarrow T_{load}[Nm] = 24,517 [N] \cdot \frac{4 \cdot 0,07}{5} [m] \quad (8.9)$$

$$\Rightarrow T_{load}[Nm] = 1,372952 \quad (8.10)$$

Luego la carga máxima del motor quedaría determinada por la ecuación (7.89) pero debido a que la inercia del motor (independiente del motor seleccionado dentro de los rangos posibles) será de un factor  $\cdot 10^{-5}$  y las velocidades y aceleraciones serán bajas (dado que se requiere precisión de movimiento) se despreciará el término  $J_{motor_{pitch}} \cdot \omega_2 \cdot \frac{n_2}{n_1}$ . Por lo que el torque máximo aproximado del motor quedará determinado según la ecuación (9.11).

$$T_{motor_{pitch}}[Nm] \approx T_{load} \frac{n_1}{n_2} \quad (8.11)$$

$$\Rightarrow T_{motor_{pitch}}[Nm] \approx 1,372952 \cdot \frac{12}{48} \quad (8.12)$$

$$\Rightarrow T_{motor_{pitch}}[Nm] \approx 0,343238 \quad (8.13)$$

Considerando un factor de seguridad de 1,5, el motor a seleccionar tiene que cumplir con un torque de retención de:

$$\Rightarrow T_{motor_{pitch}}[Nm] \approx 0,343238 \cdot 1,5 \quad (8.14)$$

$$\Rightarrow T_{motor_{pitch}}[Nm] \approx 0,514857 \quad (8.15)$$

En base al torque requerido, se seleccionó un motor de pasos NEMA 17-17HS8401 que cuenta con las especificaciones de la tabla (8.1).

Especificaciones motor de pasos	
step angle	1,8[°]
rated current	1,7[A]
Phase resistance	1,8[Ω]
Phase inductance	3,2[mH]
Holding torque	0,52[Nm]
Detent Torque	0,026[Nm]
Rotor inertia	68 · 10 <sup>-7</sup> [kg · m <sup>2</sup> ]
Lead wire	4
Motor weight	0,35[kg]

Tabla 8.1: “Especificaciones motor NEMA 17-HS8401”.

Para cálculos de inercias, se considera el uso de pletinas de aluminio con las especificaciones de la tabla (8.2). Las dimensiones fueron seleccionadas en base a medidas de cámaras de video semiprofesionales y profesionales estándar de manera que el cabezal logre realizar los movimientos requeridos. Los valores de peso fueron estimados con una calculadora de pesos disponible en la página “www.lumetalplastic.com”.

Especificaciones pletinas aluminio				
Pletina	Ancho	Espesor	Largo	Peso
horizontal pitch	40 [mm]	3 [mm]	150 [mm]	0.05 [kg]
vertical pitch	40 [mm]	3 [mm]	70 [mm]	0.02 [kg]
horizontal yaw	40 [mm]	3 [mm]	170 [mm]	0.06 [kg]
vertical yaw	40 [mm]	3 [mm]	170 [mm]	0.06 [kg]

Tabla 8.2: “Pesos y medidas pletinas de aluminio propuestas”.

En base a los datos de la tabla (8.2) se procede a determinar las inercias rotacionales asociadas. En primer lugar, se determinará la asociada al eje Z ( $J_{yaw}$ ). De la ecuación (7.36) tenemos:

$$J_{yaw}[kg m^2] = I_{T_{yaw}} + I_{T_{pitch}} + I_{motor_{yaw}} + I_{motor_{pitch}} + I_{cam_{yaw}} \quad (8.16)$$

En el orden que se plantea en la ecuación, se despejará cada constante.

Para  $I_{T_{yaw}}$  se tiene:

$$I_{T_{yaw}} = \frac{M_{h_{yaw}}}{12} \cdot a^2 + \left( \frac{M_{v_{yaw}}}{2} + \frac{M_{h_{yaw}}}{12} \right) \cdot b^2 \quad (8.17)$$

$$\Rightarrow I_{T_{yaw}} = \frac{0,06}{12} \cdot 0,04^2 + \left( \frac{0,06}{2} + \frac{0,06}{12} \right) \cdot 0,17^2 \quad (8.18)$$

$$\Rightarrow I_{T_{yaw}} = 1,0195 \cdot 10^{-3} [kg \ m^2] \quad (8.19)$$

Para  $I_{T_{pitch}}$  se tiene:

$$I_{T_{pitch}} = \frac{M_{v1_{pitch}}}{2} \cdot d^2 + \frac{M_{h_{pitch}}}{12} (c^2 + d^2) + \frac{M_{s1_{pitch}}}{2} \cdot b^2 \quad (8.20)$$

$$\Rightarrow I_{T_{pitch}} = \frac{0,02}{2} \cdot 0,15^2 + \frac{0,05}{12} (0,04^2 + 0,15^2) + \frac{0,0088}{2} \cdot 0,17^2 \quad (8.21)$$

$$\Rightarrow I_{T_{pitch}} \cong 4,5257 \cdot 10^{-4} [kg \ m^2] \quad (8.22)$$

Para  $I_{motor_{yaw}}$  se tiene:

$$I_{motor_{yaw}} = M_{motor_{yaw}} \cdot \left( \frac{b}{2} + d_{eje} \right)^2 \quad (8.23)$$

$$\Rightarrow I_{motor_{yaw}} = 0,35 \cdot \left( \frac{0,17}{2} + 0,021 \right)^2 \quad (8.24)$$

$$\Rightarrow I_{motor_{yaw}} = 3,9326 \cdot 10^{-3} [kg \ m^2] \quad (8.25)$$

Para  $I_{motor_{pitch}}$  se tiene:

$$I_{motor_{pitch}} = M_{motor_{pitch}} \cdot \left( \frac{b}{2} - d_{centro} \right)^2 \quad (8.26)$$

$$\Rightarrow I_{motor_{pitch}} = 0,35 \cdot \left( \frac{0,17}{2} - 0,0024 \right)^2 \quad (8.27)$$

$$\Rightarrow I_{motor_{pitch}} = 2,387966 \cdot 10^{-3} [kg \ m^2] \quad (8.28)$$

Para  $I_{cam_{yaw}}$  se tiene:

$$I_{cam_{yaw}} = \frac{M_{cam}}{12} (e^2 + f^2) \quad (8.29)$$

$$\Rightarrow I_{cam_{yaw}} = \frac{2,5}{12} (0,104^2 + 0,2745^2) \quad (8.30)$$

$$\Rightarrow I_{cam_{yaw}} \cong 0,01795 [kg m^2] \quad (8.31)$$

De lo anterior, queda determinado  $J_{yaw}$  como:

$$\Rightarrow J_{yaw} = 1,0195 \cdot 10^{-3} + 4,5257 \cdot 10^{-4} + 3,9326 \cdot 10^{-3} + 2,387966 \cdot 10^{-3} + 0,01795 \quad (8.32)$$

$$\Rightarrow J_{yaw} \cong 0,025742636 [kg m^2] \quad (8.33)$$

Se procede a determinar la inercia rotacional asociada al eje Y ( $J_{pitch}$ ). De la ecuación (7.72) tenemos:

$$J_{pitch} = I_{h_{pitch}} + 2 \cdot I_{v1_{pitch}} + I_{cam_{pitch}} \quad (8.34)$$

En el orden que se plantea en la ecuación, se despejará cada constante.

Para  $I_{h_{pitch}}$  se tiene:

$$I_{h_{pitch}} = M_{h_{pitch}} \cdot \left( \frac{4b_{vp}}{5} \right)^2 \quad (8.35)$$

$$\Rightarrow I_{h_{pitch}} = 0,05 \cdot 0,056^2 \quad (8.36)$$

$$\Rightarrow I_{h_{pitch}} = 1,568 \cdot 10^{-4} [kg m^2] \quad (8.37)$$

Para  $2 \cdot I_{v1_{pitch}}$  se tiene:

$$2 \cdot I_{v1_{pitch}} = 2 \left( M_{v1_{pitch}} \cdot \frac{13}{75} \cdot b^2 + \frac{M_{v1_{pitch}}}{12} \cdot a^2 \right) \quad (8.38)$$

$$\Rightarrow 2 \cdot I_{v1_{pitch}} = 2 \left( 0,02 \cdot \frac{13}{75} \cdot 0,07^2 + \frac{0,02}{12} \cdot 0,04^2 \right) \quad (8.39)$$

$$\Rightarrow 2 \cdot I_{v1_{pitch}} \cong 3,9306 \cdot 10^{-5} [kg m^2] \quad (8.40)$$

Para  $I_{cam_{pitch}}$  se tiene:

$$I_{cam_{pitch}} = \frac{M_{cam}}{12} (g^2 + f^2) \quad (8.41)$$

$$\Rightarrow I_{cam_{pitch}} = \frac{2,5}{12} (0,121^2 + 0,2745^2) \quad (8.42)$$

$$\Rightarrow I_{cam_{yaw}} \cong 0,0187 [kg m^2] \quad (8.43)$$

De lo anterior, queda determinado  $J_{pitch}$  como:

$$\Rightarrow J_{pitch} = 1,568 \cdot 10^{-4} + 3,9306 \cdot 10^{-5} + 0,0187 \quad (8.44)$$

$$\Rightarrow J_{pitch} \cong 0,018896106 [kg m^2] \quad (8.45)$$

Se procede a determinar las fricciones asociadas al modelo.

Para  $B_{yaw}$  se tiene:

$$B_{yaw} [Nm \frac{s}{rad}] = B_{rodamiento} + B_{engranes} + B_{surface} \quad (8.46)$$

En el orden que se plantea en la ecuación, se despejará cada constante.

Para  $B_{rodamiento}$  se tiene:

$$B_{rodamiento} = M \cdot g \cdot \mu \cdot \frac{d_m}{2} \cdot \frac{1}{\omega} [Nm \frac{s}{rad}] \quad (8.47)$$

$$\Rightarrow B_{rodamiento} = 2,5 \cdot 9,8 \cdot 0,0015 \cdot \frac{0,031}{2} \cdot \frac{1}{\pi/2} [Nm \frac{s}{rad}] \quad (8.48)$$

$$\Rightarrow B_{rodamiento} = 0,000435 [Nm \frac{s}{rad}] \quad (8.49)$$

Para  $B_{engranes}$  se tiene:

$$B_{engranes} = \mu \cdot J_{yaw} \cdot \dot{\omega}_{max} \cdot r_{engrane} \cdot \frac{1}{\omega} [Nm \cdot \frac{s}{rad}] \quad (8.50)$$

Basado en el reporte técnico sobre las fuerzas de fricción en engranes [12], se demuestra que dependiendo de la viscosidad del lubricante, el área de contacto de los dientes del engranaje y la temperatura provocada por el roce que depende de la velocidad de trabajo variará la fricción ofrecida por el sistema por lo que utilizamos un factor de  $2 \cdot \mu$  para asegurar que el diseño cumpla los valores de fricción estática máximos.

$$\Rightarrow B_{engranes} = 2 \cdot 0,067 \cdot 0,02574 \cdot \pi \cdot 0,04 \cdot \frac{1}{\pi/2} [Nm \cdot \frac{s}{rad}] \quad (8.51)$$

$$\Rightarrow B_{engranes} = 0,000276 [Nm \cdot \frac{s}{rad}] \quad (8.52)$$

Para  $B_{surface}$  se tiene:

$$B_{surface} = M \cdot g \cdot \mu \cdot \frac{2}{3} \left( \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} \right) \cdot \frac{1}{\omega} \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (8.53)$$

$$\Rightarrow B_{surface} = 2,5 \cdot 9,8 \cdot 0,15 \frac{2}{3} \cdot \frac{0,04^3 - 0,02^3}{0,04^2 - 0,02^2} \cdot \frac{1}{\pi/2} \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (8.54)$$

$$\Rightarrow B_{surface} \cong 0,072787 \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (8.55)$$

Por lo tanto,  $B_{yaw}$  queda determinado como:

$$\Rightarrow B_{yaw} \left[ Nm \frac{s}{rad} \right] = 0,000435 + 0,000276 + 0,072787 \quad (8.56)$$

$$\Rightarrow B_{yaw} \cong 0,073498 \left[ Nm \frac{s}{rad} \right] \quad (8.57)$$

Para  $B_{pitch}$  se tiene:

$$B_{pitch} \left[ Nm \frac{s}{rad} \right] = B_{rodamientos} + B_{engranes} + B_{surface} \quad (8.58)$$

En el orden que se plantea en la ecuación, se despejará cada constante.

Para  $B_{rodamientos}$  se tiene:

$$B_{rodamientos} = 2 \cdot M \cdot g \cdot \mu \cdot \frac{d_m}{2} \cdot \frac{1}{\omega} \left[ Nm \frac{s}{rad} \right] \quad (8.59)$$

$$\Rightarrow B_{rodamiento} = 2 \cdot 2,5 \cdot 9,8 \cdot 0,0015 \cdot \frac{0,0138}{2} \cdot \frac{1}{\pi/2} \left[ Nm \frac{s}{rad} \right] \quad (8.60)$$

$$\Rightarrow B_{rodamientos} = 0,000387 \left[ Nm \frac{s}{rad} \right] \quad (8.61)$$

Para  $B_{engranes}$  se tiene:

$$B_{engranes} = \mu \cdot J_{yaw} \cdot \dot{\omega}_{max} \cdot r_{engrane} \cdot \frac{1}{\omega} \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (8.62)$$

Según lo ya mencionado, utilizamos un factor de  $2 \cdot \mu$  para asegurar que el diseño cumpla los valores de fricción estática máximos.

$$\Rightarrow B_{engranes} = 2 \cdot 0,067 \cdot 0,01889 \cdot \pi \cdot 0,02 \cdot \frac{1}{\pi/2} \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (8.63)$$

$$\Rightarrow B_{engranes} = 0,000101 \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (8.64)$$

Para  $B_{surface}$  se tiene:

$$B_{surface} = 2 \cdot M \cdot g \cdot \mu \cdot \frac{2}{3} \left( \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} \right) \cdot \frac{1}{\omega} \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (8.65)$$

$$\Rightarrow B_{surface} = 2 \cdot 2,5 \cdot 9,8 \cdot 0,15 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{0,01^3 - 0,005^3}{0,01^2 - 0,005^2} \cdot \frac{1}{\pi/2} \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (8.66)$$

$$\Rightarrow B_{surface} \cong 0,036393 \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (8.67)$$

Por lo tanto,  $B_{pitch}$  queda determinado como:

$$\Rightarrow B_{pitch} \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] = 0,000387 + 0,000101 + 0,036393 \quad (8.68)$$

$$\Rightarrow B_{pitch} \cong 0,036881 \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (8.69)$$

### 8.3. Modelo matemático representativo: Parte Mecánica

Para determinar las funciones de transferencia de cada eje se realizará un acomode de variables y constantes para luego hacer que las funciones sean linealizadas derivando parcialmente; Luego, se aplicará transformada de Laplace para determinar la función de transferencia del sistema mecánico que representa a cada eje de rotación.

Iniciando con el eje de rotación Z, de la ecuación (7.9) del capítulo de modelo matemático se tiene:

$$T_{motor_{yaw}} \cdot \frac{n_2}{n_1} = \left( J_{motor_{yaw}} \cdot \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 + J_{yaw} \right) \cdot \ddot{\theta}_2 + B_{yaw} \cdot \dot{\theta}_2 \quad (8.70)$$

Tal que:

$$J_{yaw} = I_{T_{yaw}} + I_{T_{pitch}} + I_{motor_{yaw}} + I_{motor_{pitch}} + I_{cam_{yaw}} \quad (8.71)$$

Luego agrupamos y reemplazamos:

$$J_y = J_{motor_{yaw}} \cdot \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 + J_{yaw} \quad (8.72)$$

$$\Rightarrow T_{motor_{yaw}} \cdot \frac{n_2}{n_1} = J_y \cdot \ddot{\theta}_2 + B_{yaw} \cdot \dot{\theta}_2 \quad (8.73)$$

$$\Rightarrow J_y \cdot \ddot{\theta}_2 = T_{motor_{yaw}} \cdot \frac{n_2}{n_1} - B_{yaw} \cdot \dot{\theta}_2 \quad (8.74)$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta}_2 = \frac{1}{J_y} \left( T_{motor\_yaw} \cdot \frac{n_2}{n_1} - B_{yaw} \cdot \dot{\theta}_2 \right) = f_y \quad (8.75)$$

Luego se deriva parcialmente  $f_y$ .

$$\partial \ddot{\theta}_2(t) = \frac{\partial f_y(T_{motor\_yaw} - \bar{T}_{motor\_yaw})}{\partial T_{motor\_yaw}} + \frac{\partial f_y(\omega_2 - \bar{\omega}_2)}{\partial \omega_2} + \frac{\partial f_y(\theta_2 - \bar{\theta}_2)}{\partial \theta_2} \quad (8.76)$$

$$\Rightarrow \partial \ddot{\theta}_2(t) = \frac{1}{J_y} \left( \frac{n_2}{n_1} \cdot \partial T_{motor\_yaw}(t) - B_{yaw} \cdot \partial \omega_2(t) \right) \quad (8.77)$$

$$\Rightarrow J_y \cdot \partial \ddot{\theta}_2(t) = \frac{n_2}{n_1} \cdot \partial T_{motor\_yaw}(t) - B_{yaw} \cdot \partial \dot{\theta}_2(t) \quad (8.78)$$

Se acomoda para lograr la forma deseada para aplicar transformada de Laplace.

$$\Rightarrow \frac{n_2}{n_1} \cdot \partial T_{motor\_yaw}(t) = J_y \cdot \partial \ddot{\theta}_2(t) + B_{yaw} \cdot \partial \dot{\theta}_2(t) \quad (8.79)$$

Se aplica transformada de Laplace.

$$\Rightarrow \frac{n_2}{n_1} \cdot \partial T_{motor\_yaw}(s) = \partial \theta_2(s) (s^2 \cdot J_y + s \cdot B_{yaw}) \quad (8.80)$$

Se acomoda (8.80) para obtener la función de transferencia deseada.

$$\Rightarrow \frac{\partial \theta_2(s)}{\partial T_{motor\_yaw}(s)} = \frac{\frac{n_2}{n_1}}{s^2 \cdot J_y + s \cdot B_{yaw}} \quad (8.81)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \theta_2(s)}{\partial T_{motor\_yaw}(s)} = \frac{\frac{n_2}{n_1}}{s^2 + s \cdot \frac{B_{yaw}}{J_y}} \quad (8.82)$$

Reemplazando los valores previamente obtenidos se tiene:

$$\Rightarrow \frac{\partial \theta_2(s)}{\partial T_{motor\_yaw}(s)} \cong \frac{\frac{108}{27}}{0,025851} \quad (8.83)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \theta_2(s)}{\partial T_{motor\_yaw}(s)} \cong \frac{154,733}{s^2 + s \cdot 2,84314} \quad (8.84)$$

A continuación se procede a determinar la función de transferencia para el eje de rotación Y. De la ecuación (7.64) se tiene:

$$T_{motor\_pitch} \cdot \frac{n_2}{n_1} = \left( J_{motor\_pitch} \cdot \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 + J_{pitch} \right) \cdot \ddot{\theta}_2 + B_{pitch} \cdot \dot{\theta}_2 + M_{cam} \cdot g \cdot \left( \frac{4 \cdot b_v 1}{5} \right) \cdot \sin(\theta_2) \quad (8.85)$$

Tal que:

$$J_{pitch} = I_{h_{pitch}} + 2 \cdot I_{v1_{pitch}} + I_{cam_{pitch}} \quad (8.86)$$

Luego agrupamos y reemplazamos:

$$J_p = J_{motor_{pitch}} \cdot \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 + J_{pitch} \quad (8.87)$$

$$Kmp = M_{cam} \cdot g \cdot \left(\frac{4 \cdot b_v 1}{5}\right) \quad (8.88)$$

$$\Rightarrow T_{motor_{pitch}} \cdot \frac{n_2}{n_1} = J_p \cdot \ddot{\theta}_2 + B_{pitch} \cdot \dot{\theta}_2 + Kmp \cdot \sin(\theta_2) \quad (8.89)$$

$$\Rightarrow J_p \cdot \ddot{\theta}_2 = T_{motor_{pitch}} \cdot \frac{n_2}{n_1} - B_{pitch} \cdot \dot{\theta}_2 - Kmp \cdot \sin(\theta_2) \quad (8.90)$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta}_2 = \frac{1}{J_p} \left( T_{motor_{pitch}} \cdot \frac{n_2}{n_1} - B_{pitch} \cdot \dot{\theta}_2 \right) - Kmp \cdot \sin(\theta_2) = f_p \quad (8.91)$$

Luego se deriva parcialmente  $f_p$ .

$$\partial \ddot{\theta}_2(t) = \frac{\partial f_p(T_{motor_{pitch}} - T_{motor_{pitch}}^-)}{\partial T_{motor_{pitch}}} + \frac{\partial f_p(\omega_2 - \bar{\omega}_2)}{\partial \omega_2} + \frac{\partial f_p(\theta_2 - \bar{\theta}_2)}{\partial \theta_2} \quad (8.92)$$

$$\Rightarrow \partial \ddot{\theta}_2(t) = \frac{1}{J_p} \left( \frac{n_2}{n_1} \cdot \partial T_{motor_{pitch}}(t) - B_{pitch} \cdot \partial \dot{\theta}_2(t) - Kmp \cdot \partial \theta_2(t) \right) \quad (8.93)$$

$$\Rightarrow J_p \cdot \partial \ddot{\theta}_2(t) = \frac{n_2}{n_1} \cdot \partial T_{motor_{pitch}}(t) - B_{pitch} \cdot \partial \dot{\theta}_2(t) - Kmp \cdot \partial \theta_2(t) \quad (8.94)$$

Se acomoda para lograr la forma deseada para aplicar transformada de Laplace.

$$\Rightarrow \frac{n_2}{n_1} \cdot \partial T_{motor_{pitch}}(t) = J_p \cdot \partial \ddot{\theta}_2(t) + B_{pitch} \cdot \partial \dot{\theta}_2(t) + Kmp \cdot \partial \theta_2(t) \quad (8.95)$$

Se aplica transformada de Laplace.

$$\Rightarrow \frac{n_2}{n_1} \cdot \partial T_{motor_{pitch}}(s) = \partial \theta_2(s) \left( s^2 \cdot J_p + s \cdot B_{pitch} + Kmp \right) \quad (8.96)$$

Se acomoda (8.96) para obtener la función de transferencia deseada.

$$\Rightarrow \frac{\partial \theta_2(s)}{\partial T_{motor_{pitch}}(s)} = \frac{\frac{n_2}{n_1}}{s^2 \cdot J_p + s \cdot B_{pitch} + Kmp} + Kmp \quad (8.97)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial\theta_2(s)}{\partial T_{motor\ pitch}(s)} = \frac{\frac{\frac{n_2}{n_1}}{J_p}}{s^2 + s \cdot \frac{B_{pitch}}{J_p} + \frac{Kmp}{J_p}} \quad (8.98)$$

Reemplazando los valores previamente obtenidos se tiene:

$$\Rightarrow \frac{\partial\theta_2(s)}{\partial T_{motor\ pitch}(s)} \cong \frac{\frac{\frac{48}{12}}{0,0188961}}{s^2 + s \cdot \frac{0,036881}{0,0188961} + \frac{1,372}{0,0188961}} \quad (8.99)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial\theta_2(s)}{\partial T_{motor\ pitch}(s)} \cong \frac{211,684}{s^2 + s \cdot 1,95178 + 72,6076} \quad (8.100)$$

## 8.4. Parte Eléctrica

Como se menciona en el capítulo 7, se usará la ecuación (7.90) para definir el comportamiento de la parte eléctrica del sistema. Al multiplicar la corriente  $I_a(s)$  por la constante del motor  $K_\phi$  se obtendrá el torque generado que será la entrada del sistema mecánico.

Acomodando la ecuación se obtiene la función de transferencia a implementar mostrada en (8.101)

$$\frac{T_m(s)}{V_a(s)} = \frac{K_\phi}{L_a \cdot s + R_a} \quad (8.101)$$

Reemplazando en la ecuación los valores del motor seleccionado se obtiene (8.102).

$$\frac{T_m(s)}{V_a(s)} = \frac{0,305882}{(3,2 \cdot 10^{-3}) \cdot 2 \cdot s + 1,8 \cdot 2} \Rightarrow \frac{T_m(s)}{V_a(s)} = \frac{0,305882}{0,0064 \cdot s + 3,6} \quad (8.102)$$

Este modelo será válido para ambos ejes dado que se utilizará el mismo motor.

## 8.5. Aproximación de Primer Orden

Para una mejor comprensión de la respuesta y su análisis se añade una aproximación de primer orden del sistema mecánico [18] que nos permitirá entender y aislar la fuente de las variaciones u oscilaciones que se presenten y validar o corregir los comportamientos no deseados.

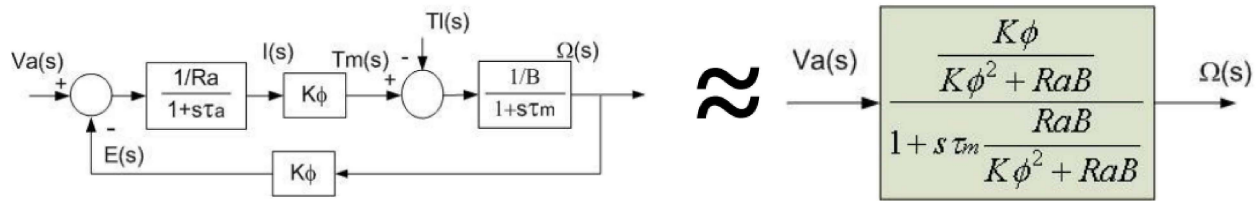


Figura 8.1: “Aproximación de primer orden para sistemas electromecánicos [18]”.

Tal como lo menciona Wernekinck, el modelo del motor, especialmente la parte mecánica se altera con la variación de la carga y tanto la fricción como la inercia rotacional reflejadas al eje del motor modifican notoriamente el modelo produciendo un impacto en la constante de tiempo mecánica y por consiguiente modifican la dinámica del motor. Sin embargo, el motor de pasos funciona como un motor DC que siempre está partiendo de la inercia (paso a paso) [9] apoyado por el impulso del paso anterior, es por esto que la aproximación de primer orden nos será muy útil para evaluar la respuesta del sistema.

$$\frac{\frac{K_\phi}{K_\phi^2 + Ra \cdot B}}{1 + s \tau_m \frac{Ra \cdot B}{K_\phi^2 + Ra \cdot B}} \tag{8.103}$$

Reemplazando los valores de las constantes para el movimiento sobre el eje Z en (8.103) obtenemos (8.104).

$$\frac{\frac{0,3059}{0,3059^2 + 3,6 \cdot 0,0735}}{1 + s \, 0,3532 \frac{3,6 \cdot 0,0735}{0,3059^2 + 3,6 \cdot 0,0735}} \tag{8.104}$$

Reemplazando los valores de las constantes para el movimiento sobre el eje Y en (8.103) obtenemos (8.105).

$$\frac{\frac{0,3059}{0,3059^2 + 3,6 \cdot 0,0369}}{1 + s \, 0,2586 \frac{3,6 \cdot 0,0369}{0,3059^2 + 3,6 \cdot 0,0369}} \tag{8.105}$$

Factorizando y agrupando logramos la forma deseada para ambos modelos mostrada en (8.106) para el eje Z y (8.107) para el eje Y.

$$\frac{3,273}{s + 3,832} \tag{8.106}$$

$$\frac{4,471}{s + 3,308} \tag{8.107}$$

# Capítulo 9

## Modelado matemático aplicado al prototipo

### 9.1. Especificaciones del diseño

Para el prototipo se construirá una versión simplificada del sistema, se considera una cámara pequeña con un peso de  $100[g]$  aproximadamente. La mayor parte del armazón será de metal y ciertas piezas se fabricarán con tecnologías de impresión 3D. Para la base de rotación sobre el eje Z se utilizará un motor paso a paso reciclado de una impresora industrial cuyas características se detallan en la tabla (9.1). Para la rotación sobre el eje Y, se utilizará un motor paso a paso modelo 28BYJ – 48 con características descritas en la tabla (9.2).

$$\text{Peso de la cámara} = 0,1[kg] \tag{9.1}$$

Especificaciones motor de pasos	
step angle	$1,8[^\circ]$
current	$2,8[A/\phi]$
resistance	$0,85[\Omega/\phi]$
inductance	$3,0[mH/\phi]$
Holding torque	$1,440[Nm]$
Rotor inertia	$2,45 \cdot 10^{-5}[kg \cdot m^2]$
Lead wire	4
Motor weight	$0,71[kg]$

Tabla 9.1: “Especificaciones motor Reciclado 59D Series 56[mm]”.

Especificaciones motor de pasos	
step angle	5,625[°]
gear ratio	1/64
current	$4 \cdot 10^{-2}[A/\phi]$
resistance	54[Ω/φ]
inductance	3,0[mH/φ]
Holding torque	$34,3 \cdot 10^{-3}[Nm]$
Rotor inertia	$\cong 0[kg \cdot m^2]$
Lead wire	5
Motor weight	0,05[kg]

Tabla 9.2: “Especificaciones motor 28BYJ – 48”.

Se mantendrá la relación de transformación de torque y velocidad indicada en el capítulo *Modelado matemático generalizado*.

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} \tag{9.2}$$

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{n_1}{n_2} \tag{9.3}$$

Para el eje de rotación sobre Z (YAW) tendremos el par engranaje  $(n_{2_y}, n_{1_y})$  tal que:

$$n_{2_y} = 108 \tag{9.4}$$

$$n_{1_y} = 27 \tag{9.5}$$

Para el eje de rotación sobre Y (PITCH) tendremos el par engranaje  $(n_{2_p}, n_{1_p})$  tal que:

$$n_{2_p} = 48 \tag{9.6}$$

$$n_{1_p} = 12 \tag{9.7}$$

## 9.2. Determinación

Para validar el uso de los motores descritos, se usará la ecuación (7.83) del capítulo de diseño conceptual para hallar el máximo torque a ejercer y asegurar la carga en al menos un 150%. Para 0,1[kg] se tiene:

$$T_{load}[Nm] \cong 0,98 [N] \cdot \frac{4b_{v_p}}{5} [m] \quad (9.8)$$

$$\Rightarrow T_{load}[Nm] = 0,98 [N] \cdot \frac{4 \cdot 0,05}{5} [m] \quad (9.9)$$

$$\Rightarrow T_{load}[Nm] = 0,0392 \quad (9.10)$$

Luego la carga máxima del motor quedaría determinada por la ecuación (7.89) pero debido a que la inercia del motor (independiente del motor seleccionado dentro de los rangos posibles) será de un factor  $\cdot 10^{-5}$  y las velocidades y aceleraciones serán bajas (dado que se requiere precisión de movimiento) se despreciará el término  $J_{motor_{pitch}} \cdot \dot{\omega}_2 \cdot \frac{n_2}{n_1}$ . Por lo que el torque máximo aproximado del motor quedará determinado según la ecuación (9.11).

$$T_{motor_{pitch}}[Nm] \approx T_{load} \frac{n_1}{n_2} \quad (9.11)$$

$$\Rightarrow T_{motor_{pitch}}[Nm] \approx 0,0392 \cdot \frac{12}{48} \quad (9.12)$$

$$\Rightarrow T_{motor_{pitch}}[Nm] \approx 0,0098 \quad (9.13)$$

Considerando un factor de seguridad de 1,5, el motor a seleccionar tiene que cumplir con un torque de retención de:

$$\Rightarrow T_{motor_{pitch}}[Nm] \approx 0,0098 \cdot 1,5 \quad (9.14)$$

$$\Rightarrow T_{motor_{pitch}}[Nm] \approx 0,0147 \quad (9.15)$$

En base al torque requerido, se valida el uso del motor de pasos 28BYJ – 48 para el movimiento sobre el eje de rotación PITCH dado que su torque de retención es  $\cong 2,3$  veces mayor según la tabla (9.2).

Para cálculos de inercias, se considera el uso de pletinas de acero para el prototipo con las especificaciones de la tabla (9.3). Las dimensiones de las pletinas fueron seleccionadas en base a piezas disponibles en kits de “Meccano” comerciales y las dimensiones de la cámara a utilizar (*Sony DSC-QX10*).

Especificaciones pletinas metal				
Pletina	Ancho	Espesor	Largo	Peso
horizontal pitch	10[mm]	1[mm]	80[mm]	0,015[kg]
vertical pitch	10[mm]	1[mm]	50[mm]	0.005 [kg]
horizontal yaw	10[mm]	1[mm]	90[mm]	0.025 [kg]
vertical yaw	10[mm]	1[mm]	95[mm]	0.02 [kg]

Tabla 9.3: “Pesos y medidas pletinas de acero kit *Meccano*”.

Además se consideran tornillos para las uniones de las pletinas cuyo peso influirá en la inercia rotacional. Los tornillos, su ubicación y peso se encuentran en la tabla (9.4).

Especificaciones Tornillos en pletinas				
Ubicación	Dimensiones	Cant	Peso / UND	Peso Total
vertical pitch	M3x10[mm]	1	0,0016[Kg]	0,0016[Kg]
vertical yaw	M3x10[mm]	6	0,0016[Kg]	0,0096[Kg]
horizontal yaw	M3x10[mm]	3	0,0016[Kg]	0,0048[Kg]

Tabla 9.4: “Tornillos usados en la unión de pletinas”.

En base a los datos de la tabla (9.3) y la tabla (9.4) se procede a determinar las inercias rotacionales asociadas. En primer lugar, se determinará la asociada al eje Z ( $J_{yaw}$ ). De la ecuación (7.36) tenemos:

$$J_{yaw}[kg\ m^2] = I_{T_{yaw}} + I_{T_{pitch}} + I_{motor_{yaw}} + I_{motor_{pitch}} + I_{cam_{yaw}} \quad (9.16)$$

Para un cálculo más eficiente se agrega tabla con valores de variables correspondientes a las dimensiones a utilizar.

Dimensiones de armazones		
Nombre	Descripción	Valor ([m])
a	ancho YAW	0,01[m]
b	largo YAW	0,09[m]
c	ancho PITCH	0,01[m]
d	largo PITCH	0,08[m]
e	ancho cámara	0,0624[m]
f	profundidad cámara	0,048[m]
g	alto cámara	0,0618[m]

Tabla 9.5: “Variables asociadas a longitudes de estructuras”.

En el orden que se plantea en la ecuación, se despejará cada constante.

Para  $I_{T_{yaw}}$  se tiene:

$$I_{T_{yaw}} = \frac{M_{h_{yaw}}}{12} \cdot a^2 + \left( \frac{M_{v_{yaw}}}{2} + \frac{M_{h_{yaw}}}{12} \right) \cdot b^2 \quad (9.17)$$

$$\Rightarrow I_{T_{yaw}} = \frac{0,0298}{12} \cdot 0,01^2 + \left( \frac{0,0296}{2} + \frac{0,0298}{12} \right) \cdot 0,09^2 \quad (9.18)$$

$$\Rightarrow I_{T_{yaw}} = 1,4024 \cdot 10^{-4} [kg \ m^2] \quad (9.19)$$

En el prototipo se usará un tornillo  $M3x30[mm]$  con rotación libre como soporte del armazón interior PITCH, el peso aproximado del tornillo es de  $0,004[Kg]$  correspondiente a la masa  $M_{s1_{pitch}}$ . Por lo tanto, para  $I_{T_{pitch}}$  se tiene:

$$I_{T_{pitch}} = \frac{M_{v1_{pitch}}}{2} \cdot d^2 + \frac{M_{h_{pitch}}}{12} (c^2 + d^2) + \frac{M_{s1_{pitch}}}{2} \cdot b^2 \quad (9.20)$$

$$\Rightarrow I_{T_{pitch}} = \frac{0,0516}{2} \cdot 0,08^2 + \frac{0,015}{12} (0,01^2 + 0,08^2) + \frac{0,004}{2} \cdot 0,09^2 \quad (9.21)$$

$$\Rightarrow I_{T_{pitch}} \cong 1,89 \cdot 10^{-4} [kg \ m^2] \quad (9.22)$$

En el prototipo se posicionará el motor que controla el movimiento sobre el eje YAW sobre la base por lo que su masa no afectará al sistema de rotación. De esta forma ya no es necesario añadir  $I_{motor_{yaw}}$  a la ecuación.

Para  $I_{motor_{pitch}}$  se consideró una distancia  $d_{centro}$  de  $20[mm]$  teniendo en cuenta que debe ser montado junto al engrane en el costado exterior se sumará la distancia a diferencia del modelo original. Por lo

tanto se tiene:

$$I_{motor_{pitch}} = M_{motor_{pitch}} \cdot \left( \frac{b}{2} + d_{centro} \right)^2 \quad (9.23)$$

$$\Rightarrow I_{motor_{pitch}} = 0,1 \cdot \left( \frac{0,09}{2} + 0,02 \right)^2 \quad (9.24)$$

$$\Rightarrow I_{motor_{pitch}} = 4,23 \cdot 10^{-4} [kg \ m^2] \quad (9.25)$$

Para  $I_{cam_{yaw}}$  se tiene:

$$I_{cam_{yaw}} = \frac{M_{cam}}{12} (e^2 + f^2) \quad (9.26)$$

$$\Rightarrow I_{cam_{yaw}} = \frac{0,1}{12} (0,0624^2 + 0,048^2) \quad (9.27)$$

$$\Rightarrow I_{cam_{yaw}} \cong 5,16 \cdot 10^{-5} [kg \ m^2] \quad (9.28)$$

De lo anterior, queda determinado  $J_{yaw}$  como:

$$\Rightarrow J_{yaw} = 1,4024 \cdot 10^{-4} + 1,89 \cdot 10^{-4} + 4,23 \cdot 10^{-4} + 5,16 \cdot 10^{-5} \quad (9.29)$$

$$\Rightarrow J_{yaw} \cong 8,04 \cdot 10^{-4} [kg \ m^2] \quad (9.30)$$

Se procede a determinar la inercia rotacional asociada al eje Y ( $J_{pitch}$ ). De la ecuación (7.72) tenemos:

$$J_{pitch} = I_{h_{pitch}} + 2 \cdot I_{v1_{pitch}} + I_{cam_{pitch}} \quad (9.31)$$

En el orden que se plantea en la ecuación, se despejará cada constante.

Para  $I_{h_{pitch}}$  se tiene:

$$I_{h_{pitch}} = M_{h_{pitch}} \cdot \left( \frac{4b_{vp}}{5} \right)^2 \quad (9.32)$$

Tal que  $b_{vp}$  corresponde al largo de la pletina *vertical pitch*.

$$\Rightarrow I_{h_{pitch}} = 0,05 \cdot 0,056^2 \quad (9.33)$$

$$\Rightarrow I_{h_{pitch}} = 2,4 \cdot 10^{-5} [kg \ m^2] \quad (9.34)$$

Para  $2 \cdot I_{v1_{pitch}}$  se tiene:

$$2 \cdot I_{v1_{pitch}} = 2 \left( M_{v1_{pitch}} \cdot \frac{13}{75} \cdot d^2 + \frac{M_{v1_{pitch}}}{12} \cdot c^2 \right) \quad (9.35)$$

$$\Rightarrow 2 \cdot I_{v1_{pitch}} = 2 \left( 0,0066 \cdot \frac{13}{75} \cdot 0,07^2 + \frac{0,0066}{12} \cdot 0,04^2 \right) \quad (9.36)$$

$$\Rightarrow 2 \cdot I_{v1_{pitch}} \cong 1,48 \cdot 10^{-5} [kg \ m^2] \quad (9.37)$$

Para  $I_{cam_{pitch}}$  se tiene:

$$I_{cam_{pitch}} = \frac{M_{cam}}{12} (g^2 + f^2) \quad (9.38)$$

$$\Rightarrow I_{cam_{pitch}} = \frac{0,1}{12} (0,0618^2 + 0,048^2) \quad (9.39)$$

$$\Rightarrow I_{cam_{pitch}} \cong 5,103 \cdot 10^{-5} [kg \ m^2] \quad (9.40)$$

De lo anterior, queda determinado  $J_{pitch}$  como:

$$\Rightarrow J_{pitch} = 2,4 \cdot 10^{-5} + 1,48 \cdot 10^{-5} + 5,103 \cdot 10^{-5} \quad (9.41)$$

$$\Rightarrow J_{pitch} \cong 8,978 \cdot 10^{-5} [kg \ m^2] \quad (9.42)$$

Se procede a determinar las fricciones asociadas al modelo.

Para  $B_{yaw}$  se tiene:

$$B_{yaw} [Nm \frac{s}{rad}] = B_{rodamiento} + B_{engranes} + B_{surface} \quad (9.43)$$

En el orden que se plantea en la ecuación, se despejará cada constante.

Para  $B_{rodamiento}$  se tiene:

$$B_{rodamiento} = M \cdot g \cdot \mu \cdot \frac{d_m}{2} \cdot \frac{1}{\omega} [Nm \frac{s}{rad}] \quad (9.44)$$

$$\Rightarrow B_{rodamiento} = 0,1 \cdot 9,8 \cdot 0,0015 \cdot \frac{0,031}{2} \cdot \frac{1}{\pi/2} [Nm \frac{s}{rad}] \quad (9.45)$$

$$\Rightarrow B_{rodamiento} = 1,451 \cdot 10^{-5} [Nm \frac{s}{rad}] \quad (9.46)$$

Para  $B_{engranes}$  se tiene:

$$B_{engranes} = 2 \cdot \mu \cdot J_{yaw} \cdot \dot{\omega}_{max} \cdot r_{engrane} \cdot \frac{1}{\omega} [Nm \cdot \frac{s}{rad}] \quad (9.47)$$

$$\Rightarrow B_{engranes} = 2 \cdot 0,067 \cdot 8,04 \cdot 10^{-4} \cdot \pi \cdot 0,04 \cdot \frac{1}{\pi/2} [Nm \cdot \frac{s}{rad}] \quad (9.48)$$

$$\Rightarrow B_{engranes} = 8,619 \cdot 10^{-6} [Nm \cdot \frac{s}{rad}] \quad (9.49)$$

Para  $B_{surface}$  se tiene:

$$B_{surface} = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot P \cdot \frac{R_o^3 - R_i^3}{R_o^2 - R_i^2} \cdot \frac{1}{\omega} [Nm \cdot \frac{s}{rad}] \quad (9.50)$$

$$\Rightarrow B_{surface} = \frac{2}{3} \cdot 0,15 \cdot 8,267 \cdot \frac{0,04^3 - 0,02^3}{0,04^2 - 0,02^2} \cdot \frac{1}{\pi/2} [Nm \cdot \frac{s}{rad}] \quad (9.51)$$

$$\Rightarrow B_{surface} \cong 0,0246 [Nm \cdot \frac{s}{rad}] \quad (9.52)$$

Por lo tanto,  $B_{yaw}$  queda determinado como:

$$\Rightarrow B_{yaw} [Nm \cdot \frac{s}{rad}] = 1,451 \cdot 10^{-5} + 8,619 \cdot 10^{-6} + 0,0246 \quad (9.53)$$

$$\Rightarrow B_{yaw} \cong 0,0246 [Nm \cdot \frac{s}{rad}] \quad (9.54)$$

Para  $B_{pitch}$  se tiene:

$$B_{pitch} [Nm \cdot \frac{s}{rad}] = B_{rodamientos} + B_{engranes} + B_{surface} \quad (9.55)$$

En el orden que se plantea en la ecuación, se despejará cada constante.

Para  $B_{rodamientos}$  se tiene:

$$B_{rodamientos} = 2 \cdot M \cdot g \cdot \mu \cdot \frac{d_m}{2} \cdot \frac{1}{\omega} [Nm \cdot \frac{s}{rad}] \quad (9.56)$$

$$\Rightarrow B_{rodamientos} = 2 \cdot 0,1 \cdot 9,8 \cdot 0,0015 \cdot \frac{0,0138}{2} \cdot \frac{1}{\pi/2} [Nm \cdot \frac{s}{rad}] \quad (9.57)$$

$$\Rightarrow B_{rodamientos} = 1,291 \cdot 10^{-5} [Nm \cdot \frac{s}{rad}] \quad (9.58)$$

Para  $B_{engranes}$  se tiene:

$$B_{engranes} = \mu \cdot J_{yaw} \cdot \dot{\omega}_{max} \cdot r_{engrane} \cdot \frac{1}{\omega} \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (9.59)$$

Según lo ya mencionado, utilizamos un factor de  $2 \cdot \mu$  para asegurar que el diseño cumpla los valores de fricción estática máximos.

$$\Rightarrow B_{engranes} = 2 \cdot 0,067 \cdot 8,04 \cdot 10^{-5} \cdot \pi \cdot 0,02 \cdot \frac{1}{\pi/2} \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (9.60)$$

$$\Rightarrow B_{engranes} = 4,309 \cdot 10^{-6} \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (9.61)$$

Para  $B_{surface}$  se tiene:

$$B_{surface} = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot P \cdot \frac{R_o^3 - R_i^3}{R_o^2 - R_i^2} \cdot \frac{1}{\omega} \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (9.62)$$

$$\Rightarrow B_{surface} = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,15 \cdot \frac{8,267}{2} \cdot \frac{0,01^3 - 0,005^3}{0,01^2 - 0,005^2} \cdot \frac{1}{\pi/2} \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (9.63)$$

$$\Rightarrow B_{surface} \cong 0,0061 \left[ Nm \cdot \frac{s}{rad} \right] \quad (9.64)$$

Por lo tanto,  $B_{pitch}$  queda determinado como:

$$\Rightarrow B_{pitch} \left[ Nm \frac{s}{rad} \right] = 1,291 \cdot 10^{-5} + 4,309 \cdot 10^{-6} + 0,0061 \quad (9.65)$$

$$\Rightarrow B_{pitch} \cong 0,0062 \left[ Nm \frac{s}{rad} \right] \quad (9.66)$$

### 9.3. Modelo matemático representativo

Como se realizó el análisis del modelo representativo para el sistema originalmente buscado, se omitirá el desarrollo y sólo serán reemplazados los valores de las variables obtenidos para el prototipo propuesto.

Al reemplazar variables en la ecuación (8.82) para el eje de rotación YAW del prototipo se obtiene:

$$\Rightarrow \frac{\partial \theta_2(s)}{\partial T_{motor_{yaw}}(s)} \cong \frac{\frac{108}{27}}{0,0012} \left[ \frac{s}{Nm} \right] \quad (9.67)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \theta_2(s)}{\partial T_{motor_{yaw}}(s)} \cong \frac{3345}{s^2 + s \cdot 20,56} \quad (9.68)$$

Y al reemplazar en (8.98) para el eje de rotación PITCH del prototipo se obtiene:

$$\Rightarrow \frac{\partial \theta_2(s)}{\partial T_{motor\_pitch}(s)} \cong \frac{\frac{48}{12}}{s^2 + s \cdot \frac{0,0062}{0,0001} + \frac{0,0392}{0,0001}} \quad (9.69)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \theta_2(s)}{\partial T_{motor\_pitch}(s)} \cong \frac{3,974 \cdot 10^{-4}}{s^2 + s \cdot 61,17 + 389,4} \quad (9.70)$$

## 9.4. Parte Eléctrica

Tal como se definió para el modelo ideal, se considerará el modelo eléctrico para un motor dc.

$$\frac{T_m(s)}{V_a(s)} = \frac{K_\phi}{L_a \cdot s + R_a} \quad (9.71)$$

Reemplazando en la ecuación los valores del motor para el eje YAW se obtiene (9.72).

$$\frac{T_m(s)}{V_a(s)} = \frac{0,514}{(3 \cdot 10^{-3}) \cdot 2 \cdot s + 0,85 \cdot 2} \Rightarrow \frac{T_m(s)}{V_a(s)} = \frac{85,67}{s + 283,3} \quad (9.72)$$

Mientras que para el eje PITCH se obtiene (9.73).

$$\frac{T_m(s)}{V_a(s)} = \frac{0,157}{(3,2 \cdot 10^{-3}) \cdot 2 \cdot s + 54} \Rightarrow \frac{T_m(s)}{V_a(s)} = \frac{24,53}{s + 8438} \quad (9.73)$$

## 9.5. Aproximación de Primer Orden

Así mismo, se procede a reemplazar los valores para las variables obtenidas para el modelo de primer orden.

$$\frac{\frac{K_\phi}{K_\phi^2 + R_a \cdot B}}{1 + s \tau_m \frac{R_a \cdot B}{K_\phi^2 + R_a \cdot B}} \quad (9.74)$$

$$\frac{0,514}{0,514^2 + 0,85 \cdot 2 \cdot 0,0246}}{1 + s 0,0486 \frac{0,85 \cdot 2 \cdot 0,0246}{0,514^2 + 0,85 \cdot 2 \cdot 0,0246}} \quad (9.75)$$

$$\frac{0,157}{0,157^2 + 54 \cdot 0,0062}}{1 + s 0,0163 \frac{54 \cdot 0,0062}{0,157^2 + 54 \cdot 0,0062}} \quad (9.76)$$

Factorizando y agrupando logramos la forma deseada para ambos modelos mostrada en (9.77) para el eje Z y (9.78) para el eje Y.

$$\frac{252,9}{s + 150,6} \quad (9.77)$$

$$\frac{28,77}{s + 65,87} \quad (9.78)$$

# Capítulo 10

## Simulación y Análisis

Para entender de mejor forma el comportamiento de los modelos planteados se procederá a la simulación de las funciones de transferencia obtenidas. Para esto se evaluará la respuesta de los sistemas frente a un impulso en  $t = 0$ . Ya que las constantes de tiempo eléctricas de los sistemas son muy pequeñas en comparación a la mecánica (el polo dominante se encuentra en la parte mecánica) se simularán y evaluarán las respuestas de posición (en radianes) frente a un impulso de torque ([Nm]).

### 10.1. Motor YAW

Para el motor del modelo ideal nos encontramos con una respuesta del sistema que tiende al infinito. Si analizamos la función de transferencia (10.1) podemos notar que hay 2 polos y uno de ellos está en el origen por lo que ante una entrada escalón se comportará como un sistema de primer orden frente a una entrada rampa con una curva exponencial cerca de  $t = 0$  transformándose en una rampa ascendente con una pendiente  $K \cong 54$  [3]. Este comportamiento es completamente entendible frente a un escalón de torque dado que en el eje YAW no existen otras fuerzas interactuando más que la fricción y la inercia rotacional que es vencida en un tiempo cercano a los 0.4 segundos.

$$\frac{\partial \theta_{cabeza_{yaw}}(s)}{\partial T_{motor_{yaw}}(s)} \cong \frac{154,7}{s^2 + s \cdot 2,843} \quad (10.1)$$

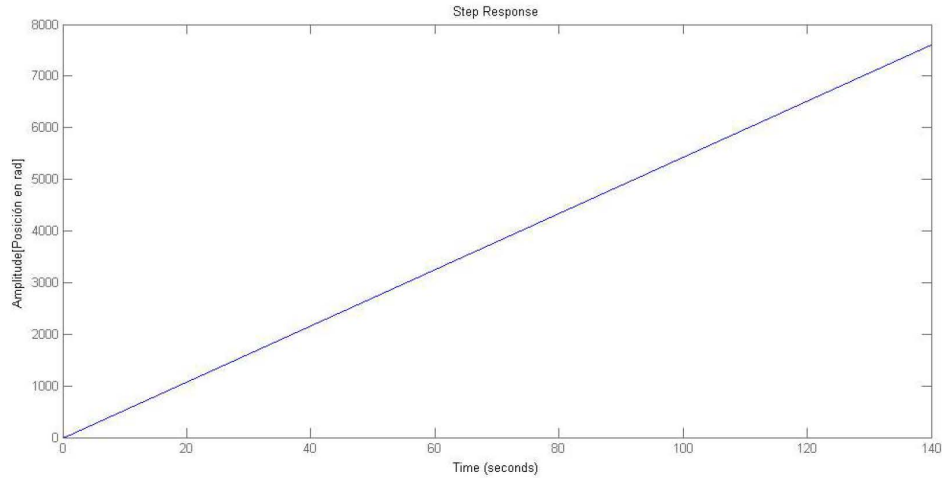


Figura 10.1: “gráfico de respuesta sistema YAW ante escalón unitario”.

Al igual que en el modelo ideal, para la prueba de concepto a escala se tiene una respuesta de sistema tendiendo a infinito (figura 10.2). En este caso la pendiente, luego de alcanzar la estabilidad, es de  $K \cong 161$  lo que indica que es más rápido al girar. Esto es completamente comprensible debido al gran torque ejercido por el motor NEMA 23 para la masa de la pequeña cámara.

$$\frac{\partial \theta_{cabeza_{yaw}}(s)}{\partial T_{motor_{yaw}}(s)} \cong \frac{3345}{s^2 + s \cdot 20,56} \tag{10.2}$$

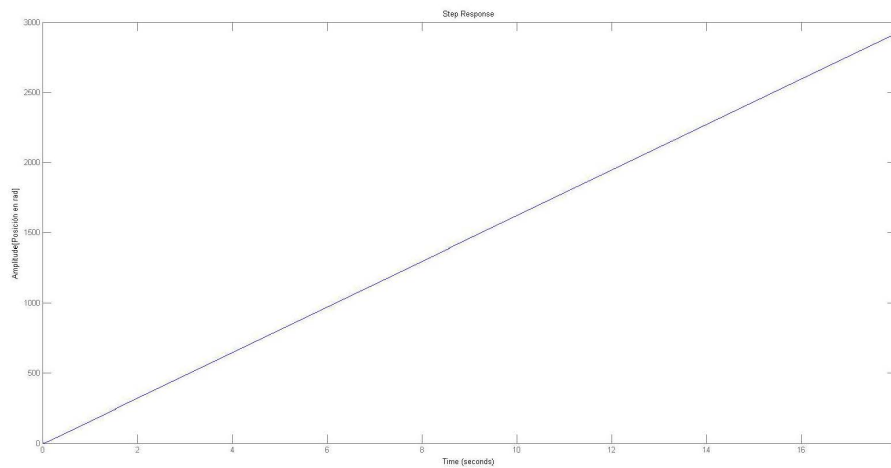


Figura 10.2: “gráfico de respuesta sistema YAW de prototipo ante escalón unitario”.

## 10.2. Motor PITCH

Para el giro sobre el eje PITCH en el modelo ideal, el gráfico muestra una oscilación de pequeña amplitud no permanente. Al analizar el sistema se puede notar que el  $\tau_m$  es por mucho mayor que el  $\tau_a$  que corresponden a las constantes de tiempo mecánica y eléctrica respectivamente por lo que el polo dominante será el de la parte mecánica. Se procede a analizar la respuesta de la parte mecánica como se muestra en el gráfico (10.4).

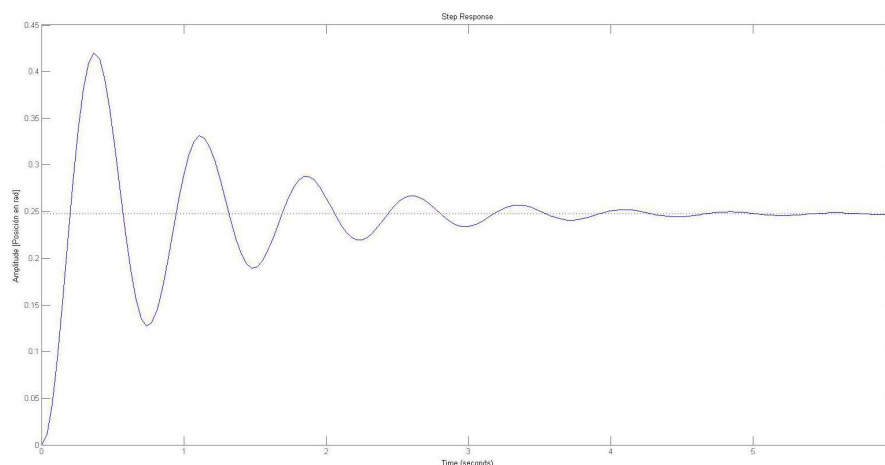


Figura 10.3: “gráfico de respuesta sistema PITCH ante escalón unitario”.

La parte mecánica del sistema tiene la misma forma y tiempo antes de alcanzar el estado estable por lo que si se estabiliza la parte mecánica del sistema se logrará una mejora inmediata de la respuesta. Al analizar la forma canónica para sistemas de segundo orden (10.3) podemos despejar el valor de la constante de amortiguamiento ( $\xi = 0,1142$ ) lo que nos indica que el sistema es subamortiguado.

$$\frac{\partial \theta_{\text{cabezal}_{\text{pitch}}}(s)}{\partial T_{\text{motor}_{\text{pitch}}}(s)} \cong \frac{210,5}{s^2 + 1,941 \cdot s + 72,19} \quad (10.3)$$

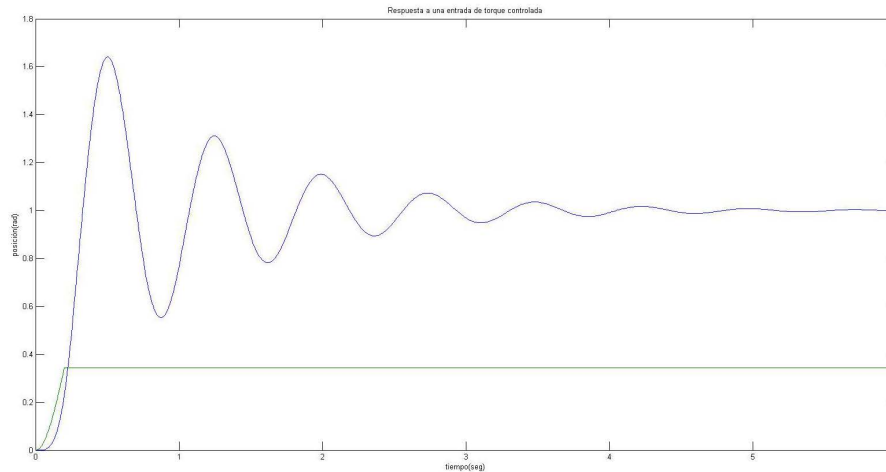


Figura 10.4: “gráfico de respuesta sistema PITCH mecánico ante escalón unitario”.

Para el análisis de la respuesta del modelo del prototipo a escala, no tenemos mayores inconvenientes. A simple vista (figura 10.5) el sistema es sobreamortiguado y al igual que en el modelo propuesto si comparamos las constantes de tiempo, la mecánica sigue siendo muchísimo mayor. Si analizamos la forma canónica de segundo orden podemos despejar la constante de amortiguamiento ( $\xi = 1,396$ ) lo que demuestra que el sistema es sobre amortiguado por poco (cercano a 1) lo que indica que con una pequeña variación de parámetros podríamos pasar a un modelo subamortiguado o críticamente amortiguado.

$$\frac{\partial \theta_{\text{cabezal}_{pitch}}(s)}{\partial T_{\text{motor}_{pitch}}(s)} \cong \frac{3,974 \cdot 10^4}{s^2 + 61,59 \cdot s + 486,8} \quad (10.4)$$

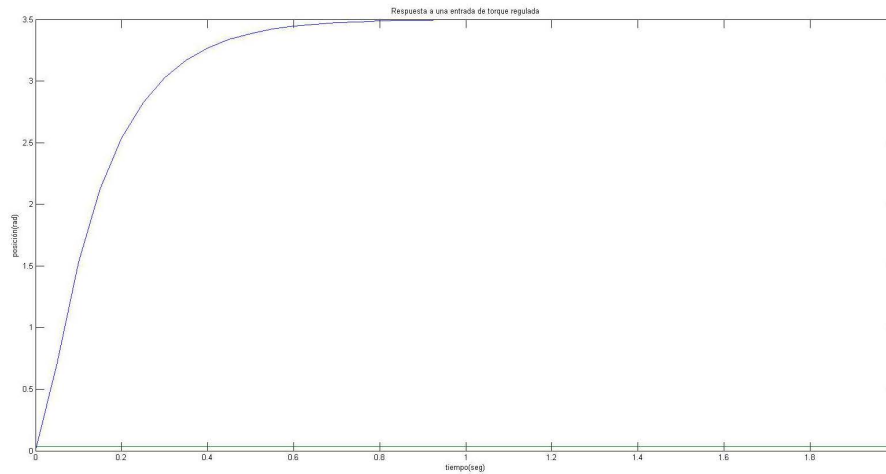


Figura 10.5: “gráfico de respuesta sistema PITCH de prototipo mecánico ante escalón unitario”.

Si comparamos ambas respuestas, podemos notar que la diferencia crítica radica en la forma y masa de la cámara por lo que si ajustamos el centro de masa para requerir de la mínima fuerza para rotar la cámara lograremos estabilizar el sistema original propuesto tal como el prototipo a escala funciona. Recordemos que a diferencia del eje de rotación YAW, tenemos una palanca que aumenta su fuerza dependiendo del seno del ángulo que vaya tomando la posición de la cámara y KMP depende de la fuerza aplicada y el largo de la palanca, en otras palabras depende del peso de la cámara y el eje de rotación. Aunque si variamos la constante **KMP** para ver su efecto en el sistema sólo se apreciará una atenuación de la oscilación pero no se reducirá el tiempo de estabilización del sistema. Lo que si produce grandes cambios es la variación de la inercia rotacional de cámara que al ser ajustada hace que el sistema pase a ser sobreamortiguado por lo que es muy importante considerar la masa y la forma de la cámara al momento de diseñar el cabezal y en caso de no poder lograr un buen balance debido a la forma, diseñar un buen perfil de movimiento, velocidad y aceleración para que las partidas y detenciones permitan que el sistema funcione de manera estable con movimientos suaves y coordinados.

# Capítulo 11

## Desarrollo de Prototipo a escala

Para la construcción del sistema se procede a la descripción de los métodos de control de movimiento y manejo de corriente para cada motor. Dado que tienen características diferentes, se diseñó un algoritmo de control para cada uno y se implementó un método para el manejo de corriente de acuerdo a su intensidad nominal.

Para el control de motores se utilizó el esquema propuesto en el diseño conceptual (5.14) considerando las lista de puntos de posición enviadas desde la interfaz HMI en el computador. Además, tal como se muestra en el esquema, se considera control en lazo abierto para los motores de paso.

### 11.1. Control de motores paso a paso

El desafío en el diseño de los controles de posición fue la creación del circuito para el manejo de corriente del motor que controla el movimiento sobre el eje YAW. Las características del motor en torque, velocidad y consumo de corriente hacen que requiera de un manejador especial. Para mantener la estructura, para ambos motores, el diseño y construcción del circuito se dividió en 2 etapas: secuenciador para generar las señales de activación de las bobinas y el circuito de potencia para el manejo de corriente. Finalmente, se explica el método implementado para el control de movimiento utilizando uno de los TIMER disponibles en el controlador Arduino.

#### 11.1.1. Generación de secuencias para motores de pasos

El diseño del secuenciador fue común para ambos motores. El controlador Arduino posee 6 TIMER programables [2], sin embargo, lo óptimo es no sobrecargar el sistema haciendo que el controlador genere además de la frecuencia de pulsos para el control de velocidad, la secuencia de activación de las bobinas. Para liberar carga en la rutina principal se propone el uso del circuito integrado **L297D controlador de motor de pasos**.

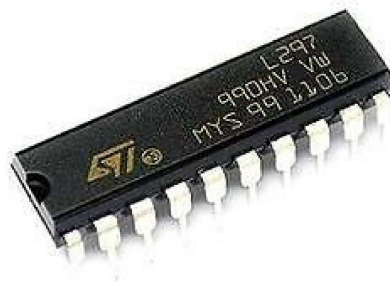


Figura 11.1: “L297/A/D stepper motor controller IC”.

Este circuito [7] genera 4 secuencias para las bobinas de los motores de pasos y permite ser usado en motores unipolares y bipolares con la configuración de fases adecuada. Posee opciones para configurar medio paso o paso completo, sentido de giro, habilitación/deshabilitación del desplazamiento (energización de las bobinas) y velocidad de pasos mediante pulsos. Admite un tiempo mínimo en el cambio de estado del pin de reloj de  $0,5[\mu s]$  lo que se traduce en una frecuencia máxima de trabajo de  $1[MHz]$  aunque se debe recordar que en este tipo de aplicaciones la constante de tiempo que controla la máxima velocidad de operación viene dada por el sistema electromecánico y suele ser notoriamente mayor. Para controlar cada motor se utilizarán 4 pines.

PIN Arduino Mega	PIN L297D
PIN 2	$CW/\overline{CCW}$
PIN 3	$\overline{CLOCK}$
PIN 4	$HALF/\overline{FULL}$
PIN 6	$ENABLE$

Tabla 11.1: “Pines utilizados para control de motor YAW”.

PIN Arduino Mega	PIN L297D
PIN 22	$CW/\overline{CCW}$
PIN 24	$\overline{CLOCK}$
PIN 23	$HALF/\overline{FULL}$
PIN 27	$ENABLE$

Tabla 11.2: “Pines utilizados para control de motor PITCH”.

Para conectar el Arduino al CI de control de movimiento de cada motor se utilizarán señales optoacopladas mediante el dispositivo 6N137 de canal simple, lo que implica un optoacoplador por señal.

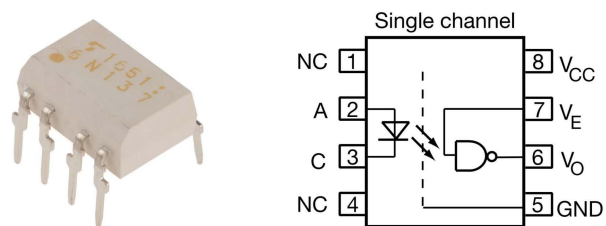


Figura 11.2: “6N137 optoacoplador”.

El 6N137 [17] es un optoacoplador de alta velocidad ( $10[MHz]$ ), baja corriente de entrada ( $5[mA]$ ), con buen rango de temperatura de operación (entre  $-40y 100^{\circ}C$ ) y trabaja con un voltaje ideal de entre  $4,5$  y  $5,5[V]$  lo que lo hace una buena opción para aislar las señales de control.

Por lo tanto, el esquema de control simplificado implementado para cada motor es el mostrado en la figura (11.3).

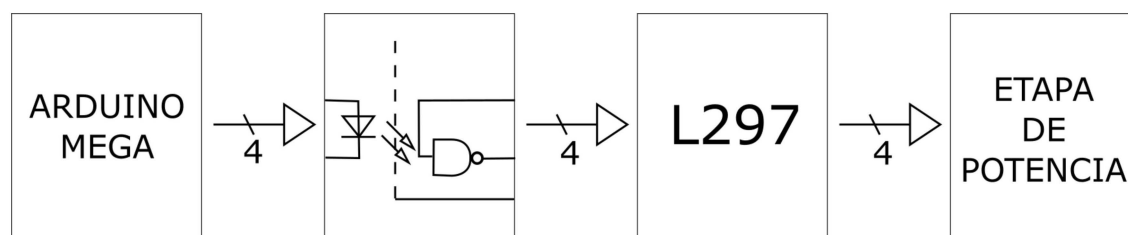


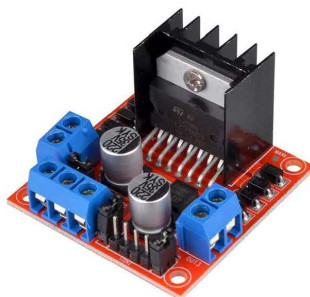
Figura 11.3: “Esquema de control propuesto”.

### 11.1.2. Manejo de Corriente

#### Sistema de Rotación YAW

Inicialmente se consideró utilizar un puente H doble comercial para el motor NEMA23. Ya que el motor fue reciclado de una impresora industrial no poseía documentación. Al investigar, se encontró que el motor era fabricado especialmente para esa máquina por lo que se buscaron similares encontrando motores comerciales de la misma línea, así que se seleccionó la hoja de datos de motor con características similares.

Según la hoja de datos seleccionada, el motor tendría un consumo de corriente de  $2[A/\phi]$  alimentado con  $12[V]$  por lo que se propuso el uso de un drive  $L298N$  que es muy común para el control de motores DC y motores paso a paso.

Figura 11.4: “Puente H doble CI *L298N*”.

Según la hoja de datos del manejador de corriente, puede disipar hasta  $25[W]$  de potencia con voltajes entre  $5$  y  $35[V]$  [6]. Eso quiere decir que a  $12[V]$  puede disipar un máximo de  $\cong 2,083[A]$  lo que debería ser suficiente para controlar el motor. Lamentablemente, al realizar las primeras pruebas de movimiento hubo sobrecalentamiento del manejador a penas a  $10[s]$  de su puesta en marcha. Se procedió a medir resistencia de las bobinas en la configuración bipolar obteniendo  $\cong 4,3[\Omega]$  por bobina. Esto implica que a  $12[V]$  el motor tendrá un consumo de corriente de  $2,8[A]$  aproximadamente, lo que explica el sobrecalentamiento del dispositivo inicial. Se descartó el CI y se propuso un circuito basado en transistores de unión bipolar para el manejo de corriente en cada bobina. Se seleccionó el **BJT NPN TIP31C** dado que es un transistor común, fácil de conseguir y cumple con los requerimientos del sistema.

Parámetro	Valor	Unidad
$V_{CBO}$	100	[V]
$V_{CEO}$	100	[V]
$V_{EBO}$	5	[V]
$I_C$	3	[A]
$I_{CM}$	5	[A]
$I_B$	1	[A]
$P_{TOT}$	40	[W]
$T_J$	150	[°C]

Tabla 11.3: “Características *TIP31C*”.

Se diseñó un circuito doble puente H, uno para cada bobina. Cada Puente H se implementó según la figura (11.5).

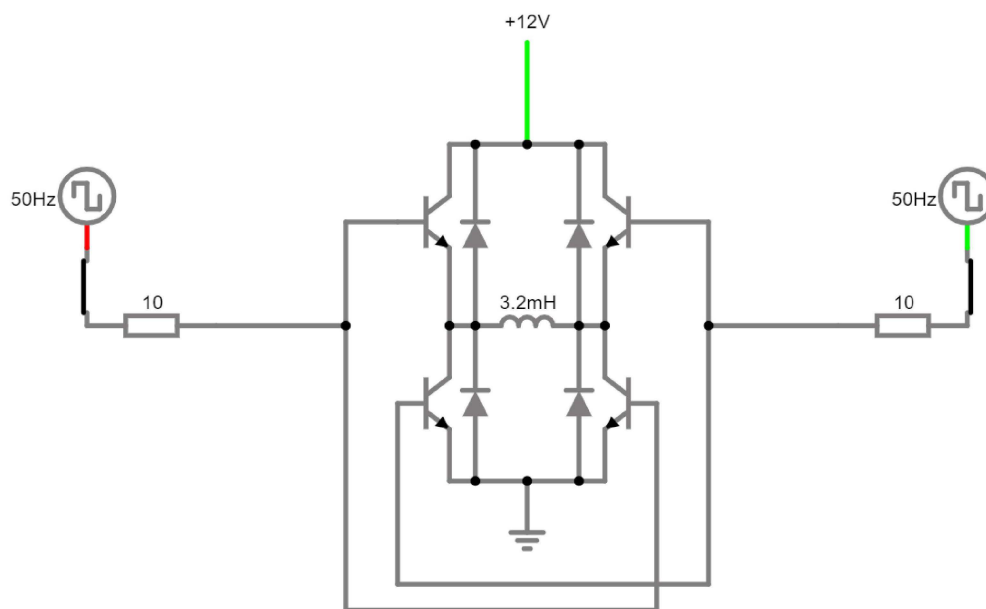


Figura 11.5: “Puente H basado en *TIP31C* propuesto inicialmente”.

Al operar el circuito, se redujo considerablemente el calor emitido, pero luego de unos minutos de operación se detectó aumento de temperatura en 2 transistores. Como el calor era bajo y no se detectaban problemas adicionales, se diseñó e imprimió en *3D* un soporte para ventilador que hacía circular una corriente de aire por el circuito de potencia. La solución fue efectiva pero luego de varias pruebas de operación se detectó alto calor en el CI *L297D*. Se analizó la causa y se determinó que una gran cantidad de corriente estaba siendo drenada del CI por la base de los transistores debido a que la resistencia entre el CI y la base del par transistorizado era muy baja por lo que al momento de activar las salidas consumía la máxima corriente posible. En el caso del transistor, el máximo permitido en la base es de  $1[A]$  mientras que para el CI la máxima salida de corriente es de  $10[mA]$  con una máxima disipación de potencia total de  $1[W]$ .

Para solucionar el problema se rediseñó el circuito de potencia utilizando transistores **BJT PNP TIP32C** y una etapa preamplificadora. La idea es drenar corriente directamente de la fuente externa para producir la activación de los transistores conectados a las bobinas.

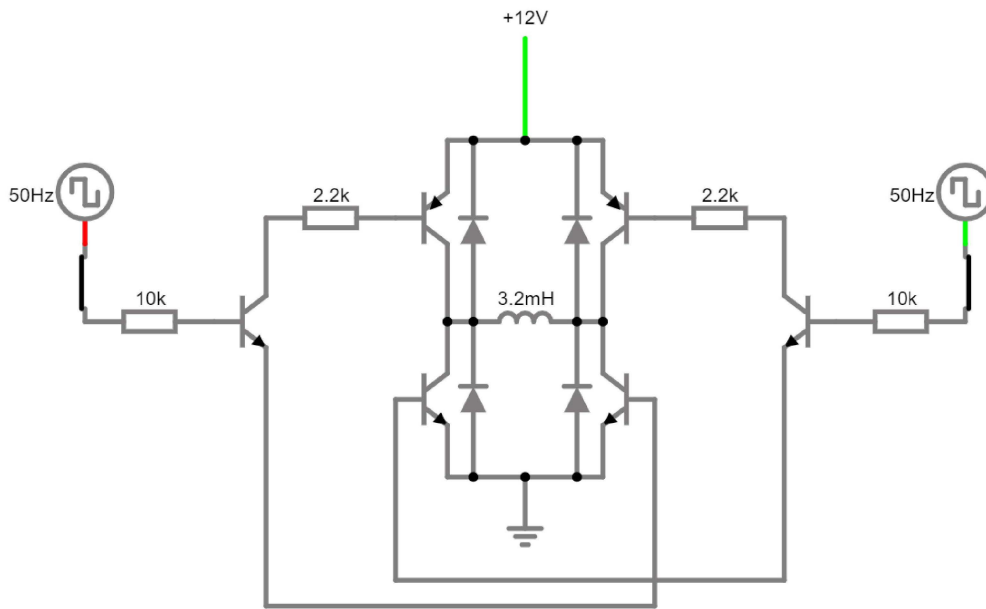


Figura 11.6: “Puente H basado en TIP31C y TIP32C implementado en prototipo”.

Se seleccionaron resistencias de  $10[K\Omega]$  para proteger el circuito de control y resistencias de  $2,2[K\Omega]$  para regular la corriente de operación en las bobinas. Además, dada la alta cantidad de energía y la alta velocidad de conmutación se seleccionaron diodos schottky para voltaje de operación y corriente de al menos el doble de la consumida por cada bobina ( $\cong 6[A]$ ).

Las simulación indica una máxima corriente en bobina de  $473,5[mA]$  aproximadamente lo cual es más que suficiente para la carga que se debe mover.

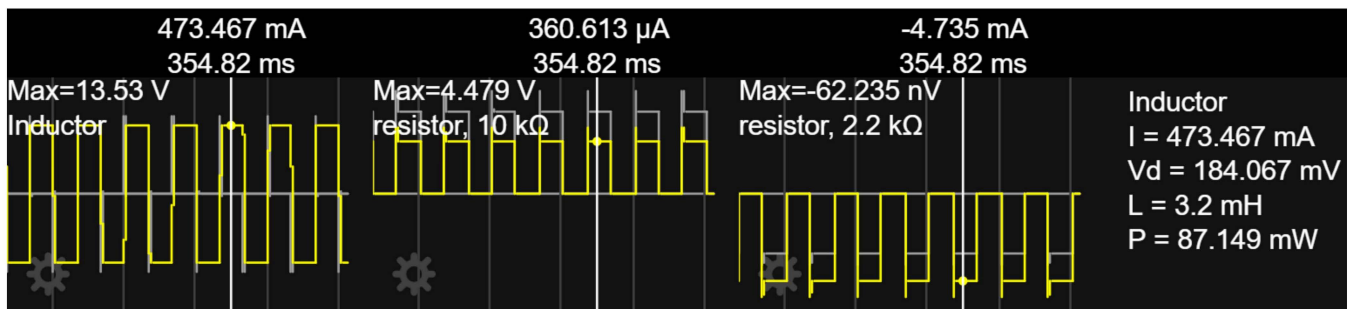


Figura 11.7: “Mediciones de corriente y voltaje en simulación para resistencias e inductor”.

Al implementar y realizar pruebas no hubo recalentamiento de los dispositivos ni saltos de pasos en el motor fueron detectados.

## Sistema de Rotación PITCH

Al comprar el motor **SM 28BYJ-48** se recomendaba la utilización del driver **ULN2003** [8]. Este manejador de corriente posee 7 circuitos darlington, permite controlar hasta  $500[mA]$  por cada salida e incorpora diodos supresores para cargas inductivas. Dado que se utilizará el motor en configuración unipolar, este manejador de corriente es perfecto para la implementación del prototipo.

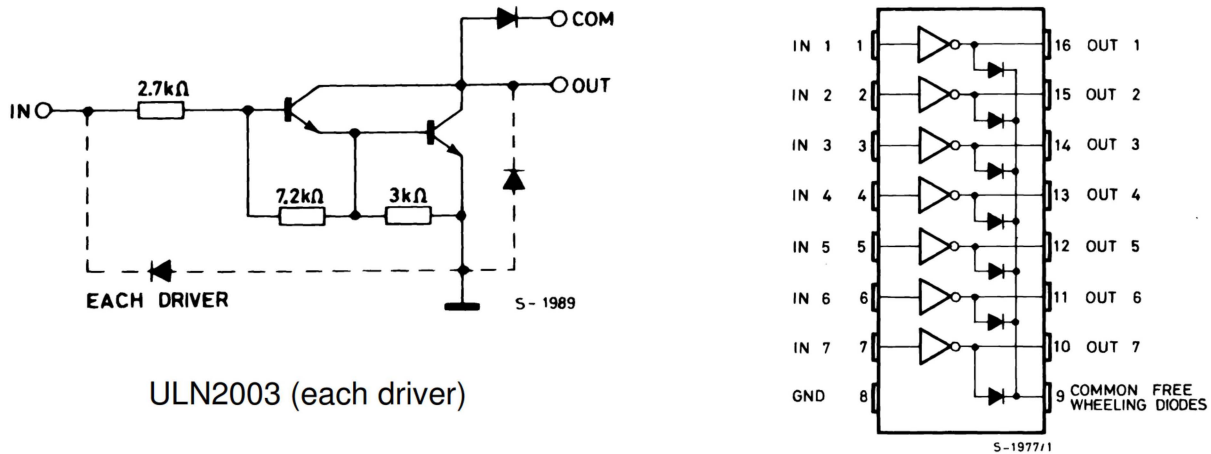


Figura 11.8: “Manejador de corriente ULN2003 seleccionado para el motor SM 28BYJ-48; Izquierda, esquemático para cada driver; Derecha, descripción de pines para conexión”.

### 11.1.3. Control de Movimiento

Para determinar la velocidad máxima de rotación para cada motor se consideraron 2 factores clave. Primero, la velocidad máxima que pueden alcanzar los motores en pasos por segundo; Segundo, la velocidad máxima deseada para los desplazamientos en las tomas de la cámara.

Para el motor **NEMA23** [1] la velocidad máxima con la carga inercial calculada ( $0,001196[Kg/m^2]$ ) según la curva de torque dinámico es de  $10000[steps/s]$  mientras que para el motor **SM 28BYJ-48** la velocidad máxima es de  $1000[steps/s]$ .

A modo de simplificar las pruebas de control y los cálculos, se optó por una velocidad máxima de  $300[steps/s]$  para el motor que controla el eje YAW y la máxima velocidad permitida para el motor del eje PITCH es decir  $1000[steps/s]$  recordando que la cantidad de pasos por revolución en cada motor es diferente.

Para ambos motores se utilizará la configuración *FULL STEP* para garantizar el máximo torque posible.

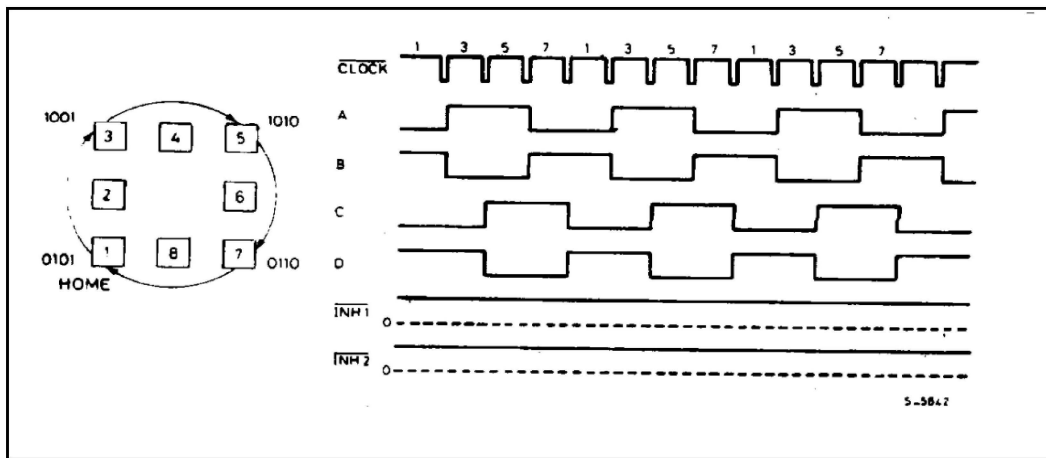


Figura 11.9: “NORMAL DRIVE MODE, secuencias generadas por el CI L297D en modo paso completo”.

Para el motor **SM 28BYJ-48** el desplazamiento angular generado por cada paso viene dado por la ecuación (11.4) que depende del número de pasos por revolución que da el eje interno (shaft) del motor y de la caja de reducción (gearbox) que tenga conectada.

La secuencia de energización mostrada en la figura (11.9) sirve para controlar en modo de paso completo (Full step) y genera un desplazamiento en sentido horario (CW). En este modo, el shaft interno genera 32 pasos por revolución. Sin embargo, el gearbox que viene instalado en el motor tiene una relación de transformación de 64 : 1 según el fabricante. No obstante, la relación de transformación exacta es de 63,68395:1 basado en el número de dientes de los engranes al interior de la caja del motor.

$$\frac{360^\circ}{32} = 11,25[^\circ/\text{internalstep}] \quad (11.1)$$

$$\frac{11,25^\circ}{64} = 0,17578125[^\circ/\text{step}] \quad (11.2)$$

$$32 \cdot 64 = 2048[\text{spr}] \quad (11.3)$$

$$\frac{360^\circ}{32 \cdot 64} = 0,17578125[^\circ/\text{step}] \quad (11.4)$$

$$\frac{360^\circ}{32 \cdot 63,68395} = 0,1766536152[^\circ/\text{step}] \quad (11.5)$$

Si se compara el valor obtenido utilizando el  $K_g$  entregado por el fabricante (ecuación 11.4) versus el  $K_g$  exacto (ecuación 11.5), obtenemos un error de  $8,723652 \cdot 10^{-4}$ . En tramos de desplazamiento cortos no es significativo pero para evitar errores acumulativos, se optará por realizar inicialización de sistema coordinado (llevar a  $0^\circ$  determinado por un pulsador límite de carrera) al inicio de la operación y cada

cierta cantidad de movimientos y/o tiempo de trabajo. Para efectos de cálculo, dado que el error no es mayormente significativo, se usará el  $K_g$  entregado por el fabricante para simplificar.

Por lo tanto, para el motor que controla el movimiento PITCH se tendrán 2048 pasos por revolución con un desplazamiento de  $0,17578125[^\circ/step]$  mientras que para el motor que controla el movimiento sobre el eje YAW se tendrán 200 pasos por revolución con un desplazamiento de  $1,8[^\circ/step]$ . Esto implica que las velocidades de movimiento de los motores serán de  $300[steps/s]$  para el YAW que se traduce en 1,5 rotaciones por segundo y  $1000[steps/s]$  para el PITCH que se traduce en  $\cong 0,488$  rotaciones por segundo. Si se considera que ambos motores llevan un acople mediante engranes al sistema del cabezal con relación 4 : 1, la velocidad de rotación del eje PITCH será aproximadamente 3 veces más lenta que la del eje YAW. A pesar de que pudo seleccionarse y configurarse una velocidad inferior para el motor NEMA23 de manera que coincidiera con el otro eje, se optó por el aumento de frecuencia para eliminar la vibración al momento de efectuar los desplazamientos. A menor velocidad, mayor vibración debido al efecto notorio del tirón de torque en el desplazamiento paso a paso mientras que a mayor velocidad se pierde torque pero se tiene menor vibración. Es por esto que los fabricantes recomiendan analizar las curvas de torque dinámico para seleccionar la máxima velocidad posible con el torque de carga conectado y así generar perfiles de velocidad y desplazamiento óptimos y adicionalmente reducir la vibración usando amortiguadores de goma al momento de montar el motor.

Dado que los torques, corrientes, aceleraciones y velocidad del sistema están bien definidos, no habrá pérdida de pasos en los motores, por lo que se trabajará en lazo abierto generando las señales de pulsos correspondientes para controlar las velocidades y posiciones de cada motor.

Se utilizó el **Timer 1** del Arduino Mega para configurar interrupciones mediante el modo *comparador* que funciona según lo mostrado en la figura(11.10) [2]. Este método se trata de aumentar el contador (Timer) hasta coincidir con el valor de la bandera (Registro OCR1) generando el disparo de la interrupción. Si se calcula correctamente el valor del registro, se puede disparar una interrupción con una frecuencia definida. Para calcular el valor del registro **OCR1x** se utilizó la ecuación (11.6).

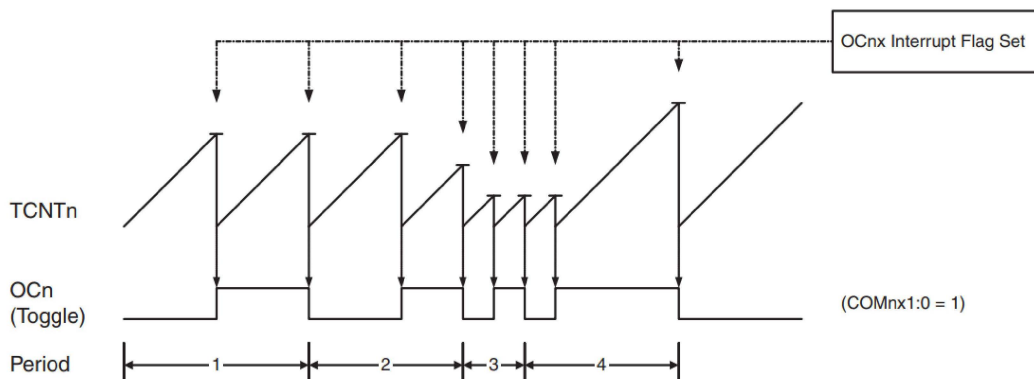


Figura 11.10: “Timer en modo CTC”.

$$f_{OCRnx} = \frac{f_{clk}}{2 \cdot N \cdot (1 + OCRnx)} \quad (11.6)$$

$$\Rightarrow OCRnx = \frac{f_{clk}}{f_{OCRnx} \cdot 2 \cdot N} - 1 \quad (11.7)$$

Tal que:

$N$ : factor de escalado (prescaler).

$f_{clk}$ : Frecuencia del reloj del Arduino.

$f_{OCRnx}$ : Frecuencia de la interrupción.

$OCRnx$ : Registro a comparar con el timer.

El reloj del Arduino mega es un oscilador de cristal de 12[MHz] y se seleccionó un prescaler de 8. No se debe olvidar que el registro OCRnx es de 16[bits] por lo que no puede poseer una cifra mayor a 65536. Considerando estos valores y las velocidades deseadas para los motores se obtiene el valor del registro para el motor YAW (11.8) y el valor para el motor PITCH (11.9).

$$OCR1A = \frac{12 \cdot 10^6}{300[Hz] \cdot 2 \cdot 8} - 1 = 2499 \quad (11.8)$$

$$OCR1B = \frac{12 \cdot 10^6}{1000[Hz] \cdot 2 \cdot 8} - 1 = 749 \quad (11.9)$$

Con estos valores fue creada la subrutina de configuración de las interrupciones. Se añadieron comentarios a cada instrucción para su mejor comprensión.

Subrutina para configuración de interrupciones que rigen las velocidades de desplazamiento de los motores.

Al dispararse la interrupción, se puede actualizar el registro *OCR1x* para realizar un cambio de velocidad.

```

1 void interrupt_config() {
2   cli(); //Desactivar interrupciones para su modificacion
3   /*
4     Configuracion TIMER1 para interrupciones de
5     encoder rotatorio de eje Z e Y
6     EJE ROTACIONAL YAW y PITCH
7   */
8   /*RESETEAR REGISTROS DE CONTROL DEL TIMER 1*/
9   TCCR1A = 0; // setear registro TCCR1A completo a 0
10  TCCR1B = 0; // setear registro TCCR1B completo a 0
11  TCNT1 = 0; //inicializar el contador en 0
12  /*
13     PARAMETROS A CONSIDERAR:
14     MOTOR YAW A 300 HZ
15     MOTOR PITCH A 1000 HZ
16     CRISTAL DE ARDUINO DE 12 MHZ
17     PRESCALER DE 8
18   */
19  OCR1A = 2499; // = [(12*10^6) / (300*2*8)] - 1 (debe ser <65536 [16 bits])
20  OCR1B = 749; // = [(12*10^6) / (1000*2*8)] - 1 (debe ser <65536 [16 bits])
21  // activar modo CTC (COMPARADOR)
22  TCCR1B |= (1 << WGM12);
23  // Setear los bits CS12, CS11 y CS10 para prescaler
24  /*
25     NO CLOCK SOURCE 0 0 0
26     NO PRESCALER    0 0 1
27     PRESCALER 8    0 1 0
28     PRESCALER 64   0 1 1
29     PRESCALER 256  1 0 0
30     PRESCALER 1024 1 0 1
31   */
32  TCCR1B |= (0 << CS12) | (1 << CS11) | (0 << CS10);
33  // activar la interrupcion por el comparador del timer
34  TIMSK1 |= (1 << OCIE1A);
35  TIMSK1 |= (1 << OCIE1B);
36  sei(); //PERMITIR INTERRUPCIONES NUEVAMENTE
37 }

```

### 11.1.4. Perfiles de Velocidad

Para las pruebas experimentales del prototipo se ha decidido realizar movimientos entre  $0$  y  $180^\circ$  en ambos ejes según la figura (11.11) considerando vista lateral y superior.

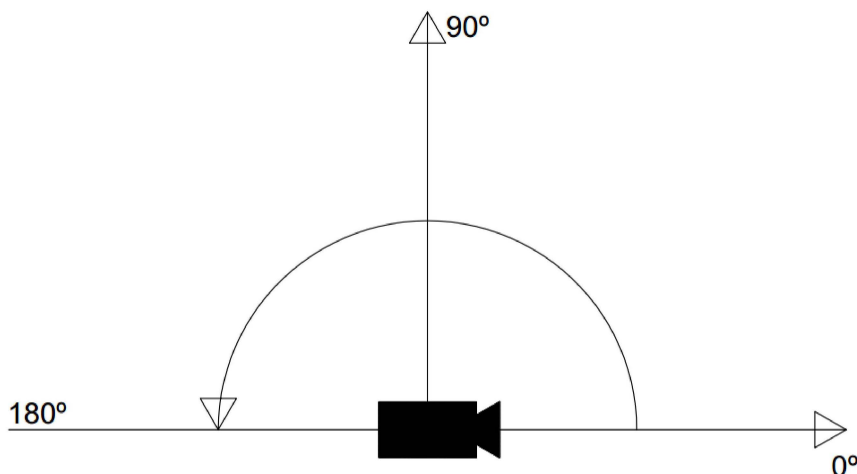


Figura 11.11: “Desplazamiento angular de la cámara en ambos ejes”.

Al iniciar el sistema, el motor se ubica en la posición  $0^\circ$  para eliminar cualquier salto o error en la ubicación relativa que hayan generado los desplazamientos previos.

La posición inicial (HOME) es detectada mediante un límite de carrera. Para el prototipo inicial se utilizó un pulsador tipo *Limit Switch*.

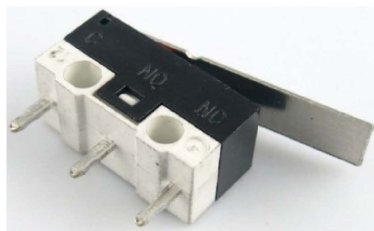


Figura 11.12: “Límite de carrera empleado en el prototipo”.

Dado que se trabajará en lazo abierto, no existirá retroalimentación de posición o velocidad por lo que no se aplicará un controlador al sistema. No obstante, es necesario ajustar las trayectorias considerando la realización de movimientos suaves de aceleración y detención para hacer las grabaciones con las cámaras de video. Es por esto que se propone la implementación de perfiles de velocidad para los motores.

Para diseñar los perfiles es importante considerar evitar aceleraciones extremas que demanden torques

peak muy altos y “Jerks” al inicio y final de los movimientos. Se optó por el uso de un perfil de velocidad pseudo-trapezoidal en “S” cosinusoidal lo que nos permitirá obtener una aceleración sinusoidal evitando cambios bruscos o tirones al comienzo y detención del movimiento.

$$v(t) = \frac{V_M}{2} \cdot \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi}{T_a} \cdot t \right) \right] \quad (11.10)$$

$$a(t) = \frac{V_M \cdot \pi}{2 \cdot T_a} \cdot \left[ \sin \left( \frac{\pi}{T_a} \cdot t \right) \right] \quad (11.11)$$

Como datos se necesita saber la máxima velocidad que se desea alcanzar, la máxima aceleración que permite el motor conectado a la carga y el tiempo de aceleración deseado. Para el desplazamiento de carga se debería seleccionar la máxima velocidad y aceleraciones posibles para determinar el tiempo de aceleración mínimo óptimo para el movimiento pero en nuestro caso no se trata sólo de mover la carga sino de garantizar una buena calidad de imagen en las grabaciones por lo que los desplazamientos se deben acondicionar a las velocidades máximas deseadas por los camarógrafos. De las ecuaciones planteadas en el modelo matemático generalizado se despeja la aceleración despreciando la fricción frente a la inercia rotacional del sistema. Para los cálculos, si se utiliza el torque máximo que puede entregar el motor a la velocidad deseada, según su curva de torque dinámico, se obtendrá la aceleración máxima. Para el motor YAW, estaría determinada por (11.14).

$$\ddot{\theta}_{yawmax} = \frac{T_{motor_{yawmax}} \cdot \frac{n2}{n1}}{J_{yaw} + J_{motor_{yaw}} \cdot \left( \frac{n2}{n1} \right)^2} \quad (11.12)$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta}_{yawmax} = \frac{1,44 \cdot \frac{108}{27}}{8,04 \cdot 10^{-4} + 2,45 \cdot 10^{-5} \cdot \left( \frac{108}{27} \right)^2} = 4816,05 \left[ \frac{rad}{s^2} \right] \quad (11.13)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial f_{yaw}}{\partial t} = \frac{1}{1,8^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}} \cdot 4816,05 = 153300 \left[ \frac{steps}{s^2} \right] \quad (11.14)$$

En el caso del motor PITCH, la máxima aceleración quedaría definida por (11.17).

$$\ddot{\theta}_{pitchmax} = \frac{T_{motor_{pitchmax}} \cdot \frac{n2}{n1} - M_{cam} \cdot g \cdot \frac{4 \cdot b_{v1}}{5}}{J_2 + J_{motor_{pitch}} \cdot \left( \frac{n2}{n1} \right)^2} \quad (11.15)$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta}_{pitchmax} = \frac{34,3 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{48}{12} - 0,1 \cdot 9,807 \cdot \frac{4 \cdot 0,05}{5}}{8,9784 \cdot 10^{-5} + 68 \cdot 10^{-8} \cdot \left( \frac{48}{12} \right)^2} = 973,258 \left[ \frac{rad}{s^2} \right] \quad (11.16)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial f_{pitch}}{\partial t} = \frac{1}{\frac{11,25^\circ}{64} \cdot \frac{\pi}{180^\circ}} \cdot 973,258 = 317233 \left[ \frac{steps}{s^2} \right] \quad (11.17)$$

De acuerdo a (11.11) la aceleración será máxima cuando:

$$\sin\left(\frac{\pi}{T_a} \cdot t\right) = 1 \quad (11.18)$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{T_a} \cdot t = \frac{\pi}{2} \quad (11.19)$$

Eso implica que la aceleración máxima siempre se producirá en  $T_a/2[s]$ . Por lo tanto, para determinar la máxima aceleración requerida se tiene (11.20). Se consideró un tiempo de aceleración de  $200[mS]$  para los perfiles.

$$a_{max} = \frac{V_M \cdot \pi}{2 \cdot T_a} \quad (11.20)$$

Para el motor YAW se obtiene (11.21) y para el motor PITCH se obtiene (11.22).

$$a_{yawMAXrequerida} = \frac{300 \cdot \pi}{2 \cdot 0,2} = 2356,19 \left[ \frac{steps}{s^2} \right] \quad (11.21)$$

$$a_{pitchMAXrequerida} = \frac{1000 \cdot \pi}{2 \cdot 0,2} = 7853,98 \left[ \frac{steps}{s^2} \right] \quad (11.22)$$

Ambas aceleraciones requeridas están muy por debajo de las máximas que pueden alcanzar los motores por lo que se procede al diseño teórico de los perfiles.

Para ambos motores, se define el perfil de velocidad generalizado mostrado en (11.23).

$$v(t) = \begin{cases} \frac{V_M}{2} \cdot \left[ 1 - \cos\left(\frac{\pi}{T_a} \cdot t\right) \right] & si \quad t \leq t_a \\ V_M & si \quad t_a < t < t_{final} - t_a \\ V_M - \frac{V_M}{2} \cdot \left[ 1 - \cos\left(\frac{\pi}{T_a} \cdot t\right) \right] & si \quad t \geq t_v + t_a \end{cases} \quad (11.23)$$

Tal que:

$t_a$  : tiempo de aceleración.

$t_v$  : tiempo a velocidad máxima constante.

$t_{final}$  : tiempo máximo (desplazamiento completado).

Se define el perfil de aceleración generalizado mostrado en (11.24).

$$a(t) = \begin{cases} \frac{V_M \cdot \pi}{2 \cdot T_a} \cdot \left[ \sin \left( \frac{\pi}{T_a} \cdot t \right) \right] & \text{si } t \leq t_a \\ 0 & \text{si } t_a < t < t_{final} - t_a \\ 1 - \frac{V_M \cdot \pi}{2 \cdot T_a} \cdot \left[ \sin \left( \frac{\pi}{T_a} \cdot t \right) \right] & \text{si } t \geq t_v + t_a \end{cases} \quad (11.24)$$

De esta forma, para el motor YAW se definen los perfiles según las ecuaciones (11.25) y (11.26).

$$v_{yaw}(t) = \begin{cases} \frac{300}{2} \cdot \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi}{0,2} \cdot t \right) \right] & \text{si } t \leq 0,2 \\ 300 & \text{si } 0,2 < t < t_{final} - 0,2 \\ 300 - \frac{300}{2} \cdot \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi}{0,2} \cdot t \right) \right] & \text{si } t \geq t_v + 0,2 \end{cases} \quad (11.25)$$

$$a_{yaw}(t) = \begin{cases} \frac{300 \cdot \pi}{2 \cdot 0,2} \cdot \left[ \sin \left( \frac{\pi}{0,2} \cdot t \right) \right] & \text{si } t \leq 0,2 \\ 0 & \text{si } 0,2 < t < t_{final} - 0,2 \\ 1 - \frac{300 \cdot \pi}{2 \cdot 0,2} \cdot \left[ \sin \left( \frac{\pi}{0,2} \cdot t \right) \right] & \text{si } t \geq t_v + 0,2 \end{cases} \quad (11.26)$$

Para el motor PITCH se definen los perfiles según las ecuaciones (11.27) y (11.28).

$$v_{pitch}(t) = \begin{cases} \frac{1000}{2} \cdot \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi}{0,2} \cdot t \right) \right] & \text{si } t \leq 0,2 \\ 1000 & \text{si } 0,2 < t < t_{final} - 0,2 \\ 1000 - \frac{1000}{2} \cdot \left[ 1 - \cos \left( \frac{\pi}{0,2} \cdot t \right) \right] & \text{si } t \geq t_v + 0,2 \end{cases} \quad (11.27)$$

$$a_{pitch}(t) = \begin{cases} \frac{1000 \cdot \pi}{2 \cdot 0,2} \cdot \left[ \sin \left( \frac{\pi}{0,2} \cdot t \right) \right] & \text{si } t \leq 0,2 \\ 0 & \text{si } 0,2 < t < t_{final} - 0,2 \\ 1 - \frac{1000 \cdot \pi}{2 \cdot 0,2} \cdot \left[ \sin \left( \frac{\pi}{0,2} \cdot t \right) \right] & \text{si } t \geq t_v + 0,2 \end{cases} \quad (11.28)$$

Para representar los perfiles se utilizó un tiempo final de 1[s] y se simuló la velocidad y aceleración.

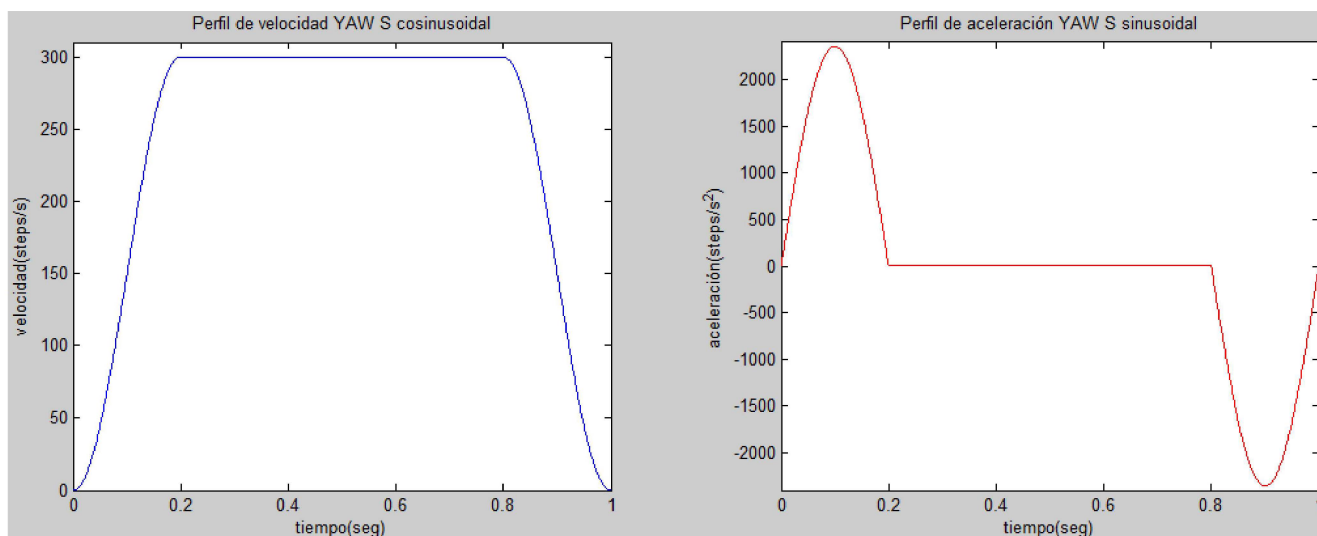


Figura 11.13: “Perfiles de velocidad y aceleración para motor YAW”.

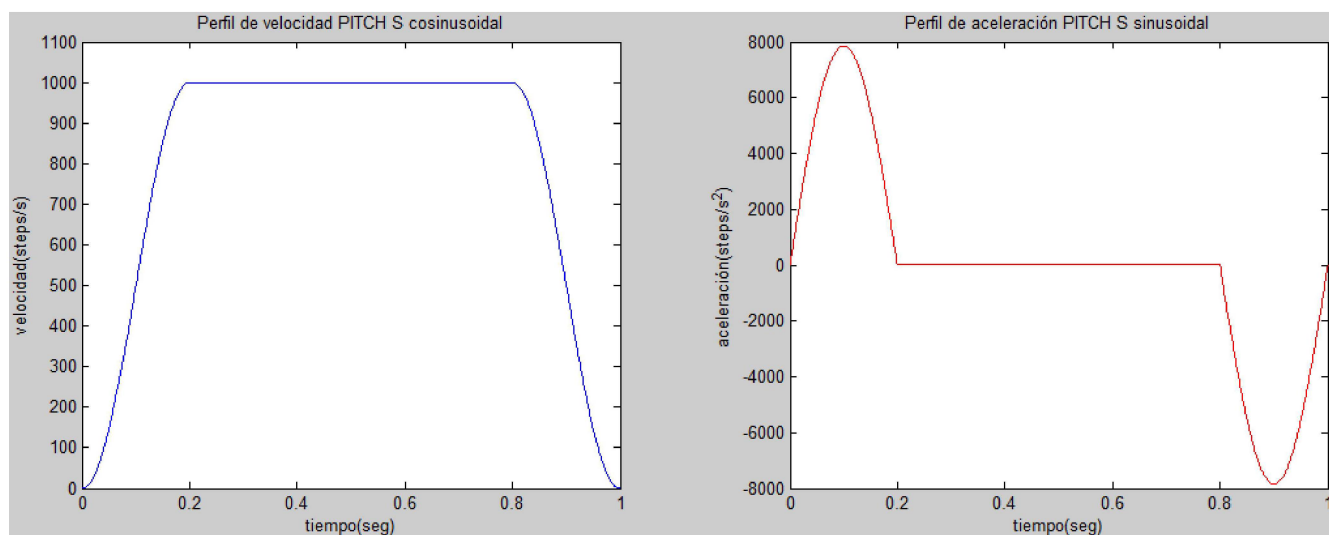


Figura 11.14: “Perfiles de velocidad y aceleración para motor PITCH”.

## 11.2. Método para captura de Datos

Inicialmente se propuso utilizar potenciómetros de  $100[Kohm]$  para medir los desplazamientos. Se pretendía determinar la máxima variación a medir en la lectura del potenciómetro (velocidad en cuentas por segundo) considerando la lectura análoga (con CAD de 10 bit en pin análogo de Arduino) entre 0 y 1023 directamente como cuentas de encoder. Al trabajar sólo con el motor del eje PITCH se consiguieron lecturas aceptables pero al incorporar el motor YAW y trabajar con movimientos coordinados existía

ruido y contaminación de las señales. Después de repasar el circuito se consideró que la contaminación provenía del alto consumo de corriente generado por el motor YAW que en ocasiones hacía variar la lectura de los potenciómetros. Como se proponía usar el potenciómetro a modo de encoder con resolución de 10 bit, una variación de lectura producía un gran cambio referencial de posición en la captura de datos por lo que este método fue descartado.

Posteriormente, se evaluaron 2 distintas tecnologías de sensores: encoder ópticos rotatorios y encoders mecánicos rotatorios.

A continuación se probaron mediciones con encoders rotatorios mecánicos con resolución de 24[ppr]. La única dificultad presentada fue la resistencia al movimiento que ofrece cada sensor. Para el acople de los sensores al sistema de movimiento se diseñaron 2 engranajes (uno para cada eje) que se conectaban al engranaje de movimiento principal a continuación del motor en razón de movimiento 1:1. A pesar del torque de carga ejercido por los encoders, las lecturas eran fieles al desplazamiento. Luego de algunas pruebas y mediciones se notó una diferencia significativa en la velocidad de desplazamiento del cabezal al realizar movimientos sin encoders versus movimientos con los encoders conectados. Estos añadían vibraciones al desplazamiento, reducción de velocidad y en las muestras era notorio el efecto de la resistencia ante el desplazamiento por lo que finalmente se optó por descartarlos.

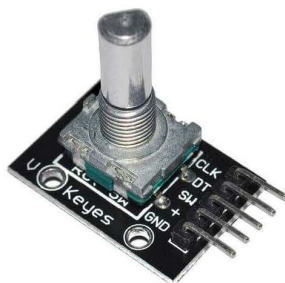


Figura 11.15: “Encoder rotatorio mecánico”.

Finalmente, se probaron los encoder ópticos rotatorios con resolución de 20 pasos por revolución. Para disminuir al mínimo la resistencia al movimiento del cabezal, se diseñó e imprimió en 3D un soporte para el encoder y un rodamiento de manera tal que pudiese ser acoplado a los ejes del cabezal con un engrane de 38 dientes y sensar sin oponer un torque de resistencia. El modelo y su implementación se muestran en la figura (11.16) y (11.17) respectivamente.

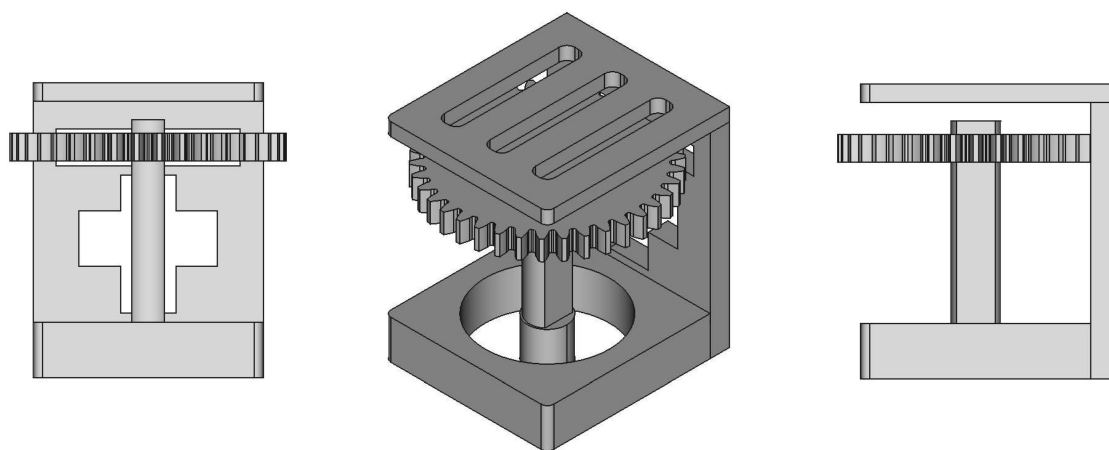


Figura 11.16: “Diseño soporte para encoder óptico”.

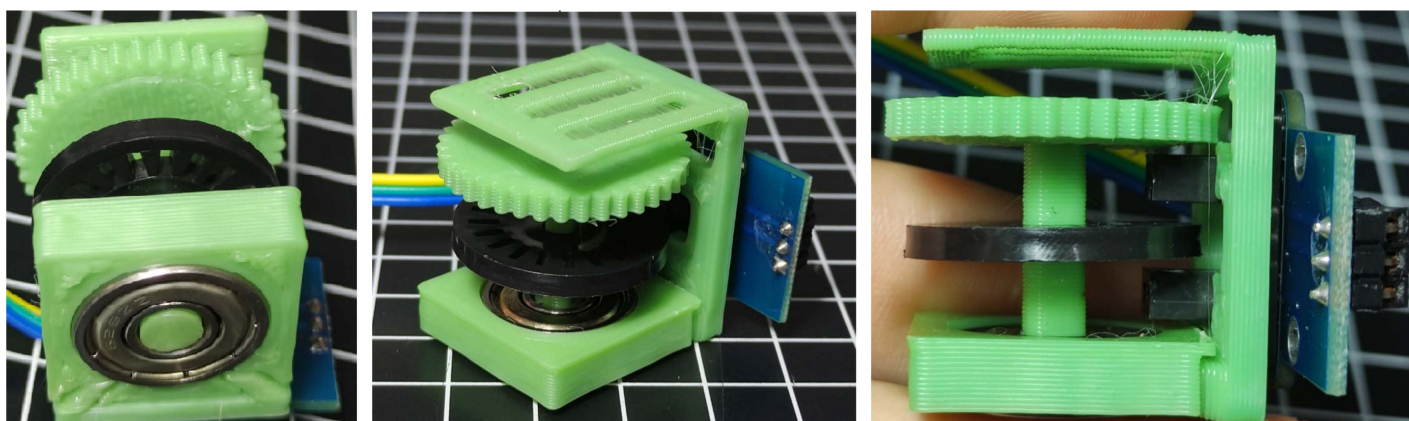


Figura 11.17: “Vista preliminar impreso y armado del soporte para encoder óptico”.

Los sensores fueron montados en el cabezal y se realizaron pruebas de movimiento no detectándose ningún problema de desplazamiento ni reducción de velocidad. Al realizar las primeras lecturas se detectó ruido en la señal debido a los múltiples acoples e imperfecciones de los engranes. Por lo que se procedió al diseño de un sistema de captura de datos mediante el software *XCOS* que es parte de Scilab. Utilizando una tarjeta Arduino UNO como dispositivo de adquisición de datos, *XCOS* nos permite una velocidad de muestreo de hasta  $125[Hz]$  esta velocidad de muestreo no nos permite apreciar las curvas de velocidad ni aceleración de los motores debido a que en los  $200[ms]$  que le toma a los motores acelerar, la tarjeta de adquisición sólo nos permite tomar 8 muestras. Sin embargo, si nos permitirá ver las velocidades y posiciones finales del cabezal.

Para el muestreo se utilizaron los bloques configurables para lectura de encoder del paquete **ATOMS Arduino toolbox**. Se configuró en modo de conteo de flanco ascendente con lectura de 1 pin para cada encoder montado en el cabezal.

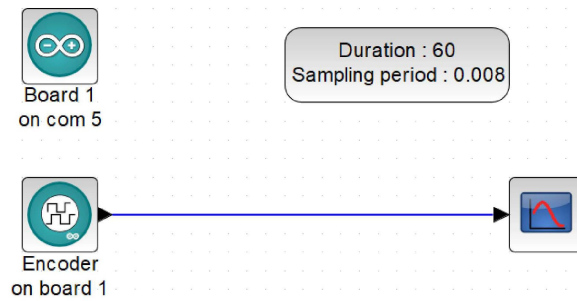


Figura 11.18: “Método inicial para lectura de encoder”.

Con el simple esquema mostrado en la figura (11.18) es posible visualizar un contador incremental que aumenta a medida que el encoder rota, en otras palabras se visualiza un proporcional de la posición del cabezal. Para visualizar la velocidad se derivó la posición utilizando el método *Backward Euler* en  $Z$  (11.29) dado que la posición viene dada de forma discreta [10]. La implementación se muestra en la figura (11.19) y nos permite obtener 2 gráficos de velocidad, uno en  $[rad/s]$  y otro en  $[°/s]$ .

$$Z \{x(t) - x(t - 1)\} = (1 - z^{-1}) \cdot X(z) \cdot \frac{1}{T_s} \tag{11.29}$$

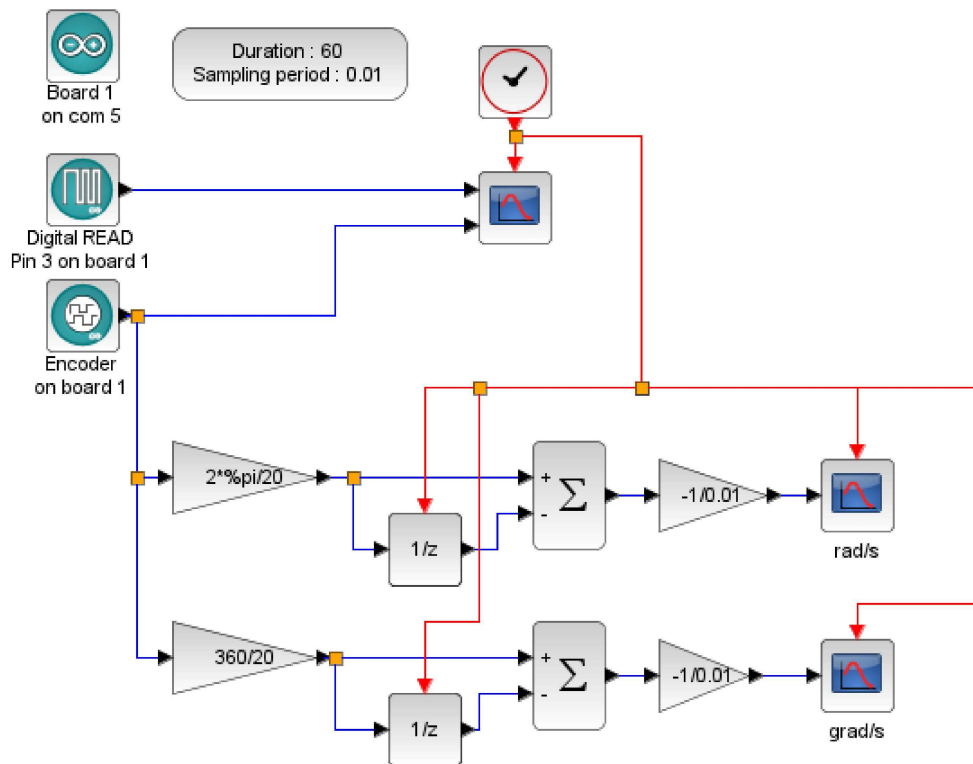


Figura 11.19: “Muestreo de Velocidad derivando la posición mediante el método de Backward Euler discretizado”.

Lamentablemente, las gráficas de velocidad obtenidas al comienzo tenían gran cantidad de ruido debido a que la señal de posición es discreta y que los pasos del encoder tenían comportamientos erráticos cuando el engrane rotaba sobre alguna imperfección lo que producía una violenta aceleración o desaceleración en 1 sola cuenta provocando una falsa lectura que se visualizaba como un peak de velocidad. Para atenuar el ruido se propuso la implementación de un filtro recursivo de media móvil basado en investigaciones [14] y experimentación personal dado que solo hay 2 cálculos a realizar por cada punto.

$$S(k) = \begin{cases} Y(0) & , k = 0 \\ \alpha \cdot Y(k) + (1 - \alpha) \cdot S(k - 1) & , k > 0 \end{cases} \quad (11.30)$$

Tal que:

$S(k)$ : Señal filtrada.

$Y(k)$ : Señal a filtrar.

$k$ : Número entero.

$\alpha$ : Constante para ajuste de sensibilidad del filtro.

Finalmente, el sistema de muestreo implementado se muestra en la figura (11.20) en el que se usaron 2 filtros con diferente coeficiente  $\alpha$ .

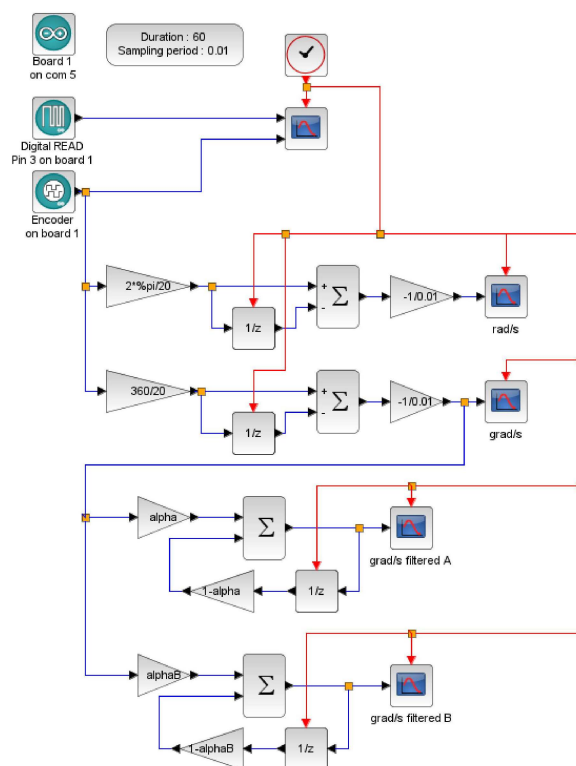


Figura 11.20: “Método de muestreo de Posición y Velocidad Implementado en Prototipo”.

### 11.3. Resultados Experimentales

Según lo descrito en los capítulos previos, se implementó el prototipo a escala para su análisis experimental. La estructura principal está construida con una mezcla de pletinas de acero de juegos didácticos tipo mecano y modelos impresos en 3D. Se diseñó un método de acople similar al planteado en el modelo ideal para seguir utilizando el rodamiento 16004ZZ para realizar el movimiento sobre el eje YAW. El motor NEMA 23 está acoplado a la estructura principal y su peso reposa sobre la base por lo que su masa no afecta a la rotación sobre ningún eje. Ambos motores están conectados directamente a la carga mediante el uso de engranajes eliminando las correas. Los encoders fueron montados conectando el engrane de 38 dientes (11.17) al engrane conectado a la carga, 108 y 48 dientes para YAW y PITCH respectivamente.

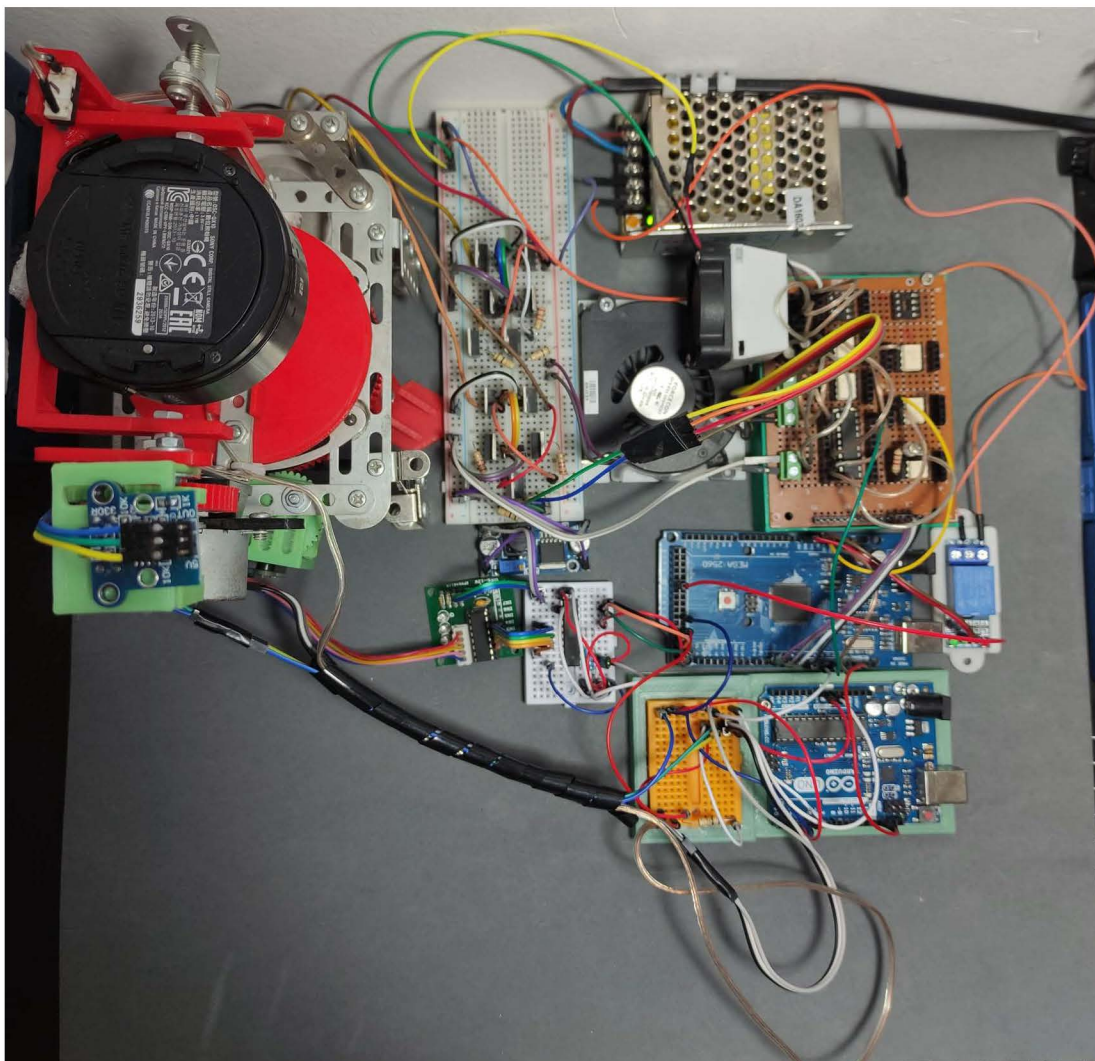


Figura 11.21: “Implementación física visión general”.

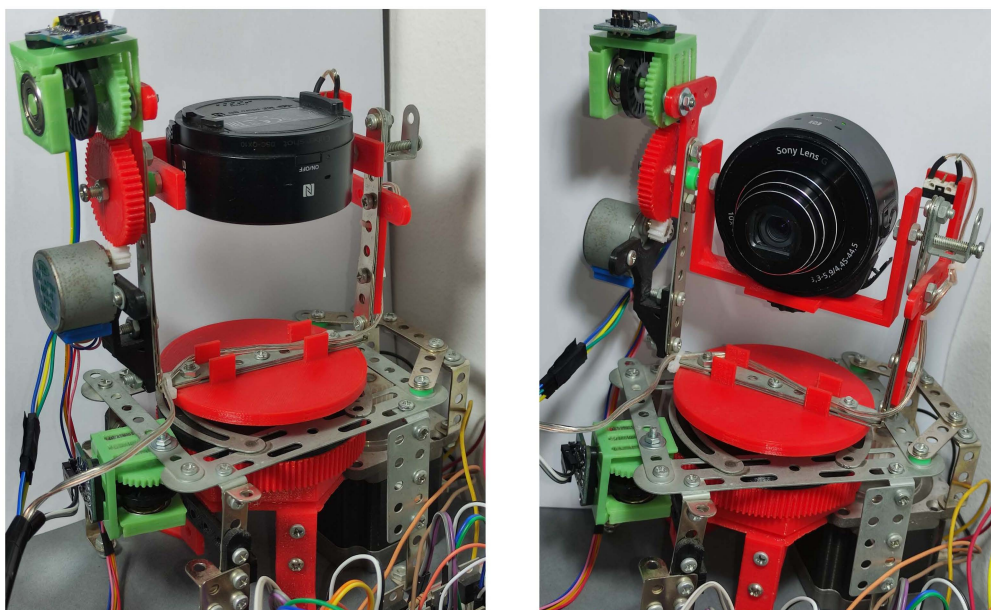


Figura 11.22: “Implementación física. Izquierda, cabezal en posición HOME; Derecha, cabezal en movimiento”.

Los circuitos de control de motores fueron montados de forma independiente. De igual forma, los circuitos de potencia se armaron de forma diferenciada.

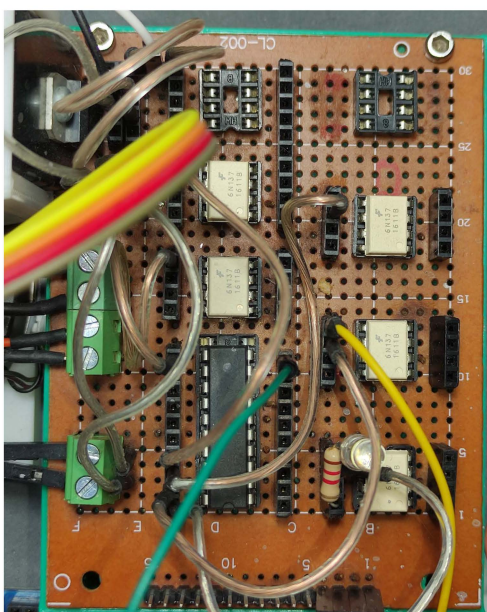


Figura 11.23: “Implementación física circuito de control motor YAW”.

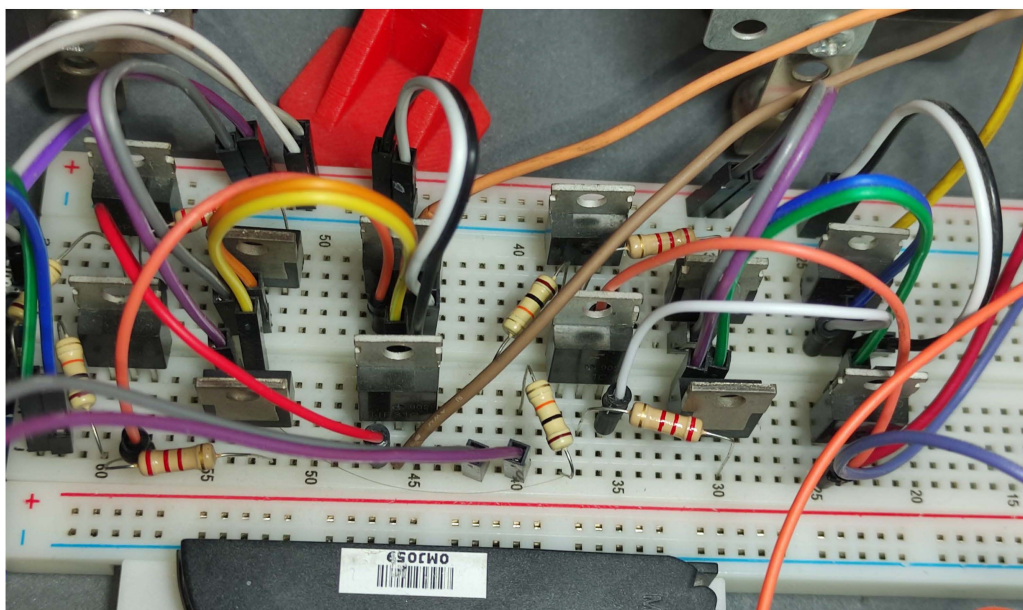


Figura 11.24: “Implementación física circuito de potencia motor YAW”.

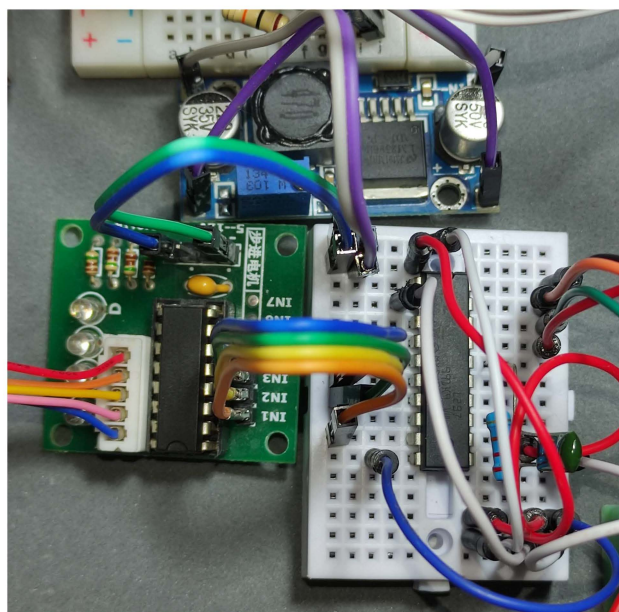


Figura 11.25: “Implementación física circuito de control y potencia motor PITCH”.

Para la adquisición de datos se utilizó una placa Arduino UNO junto a un protoboard de 170 puntos utilizando el método especificado en la figura (11.20) del apartado “Método para captura de datos”.

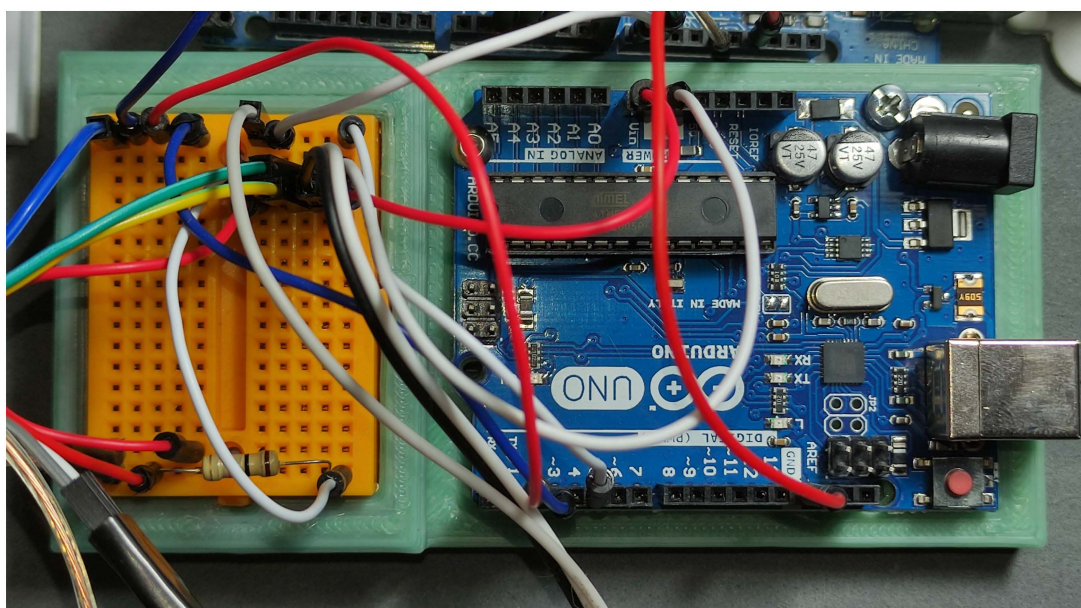


Figura 11.26: “Implementación física Arduino UNO para adquisición de datos”.

### 11.3.1. Motor YAW

Para la toma de muestras se realizaron desplazamientos controlados mediante comunicación por puerto serial indicando dirección de giro y desplazamiento angular deseado en cada eje.

Se seleccionaron movimientos comunes deseados y fueron realizados con ambos motores trabajando en simultáneo. La primera posición fue cambiar de 0° a 45° y se realizaron pruebas según la tabla (11.4).

Eje de Rotación YAW		
Pos final [°]	steps YAW	DIR YAW
45°	100	CW
0[°]	100	CCW
45[°]	100	CW
0[°]	100	CCW
45[°]	100	CW
0[°]	100	CCW

Tabla 11.4: “Lista de posiciones finales en orden a ejecutar con dirección de rotación”.

El gráfico del contador incremental de posición obtenido se muestra en la figura (11.27).

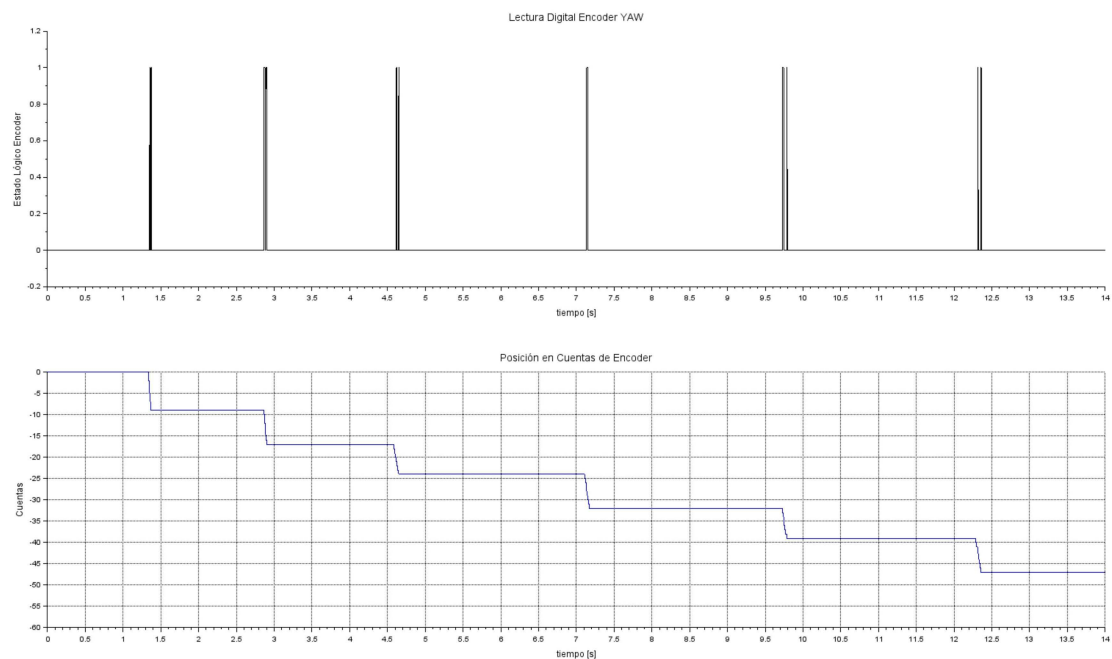


Figura 11.27: “Encoder YAW y Contador de posición incremental”.

Se aprecia un incremento de cuentas con una aparente velocidad constante y las detenciones bien definidas.

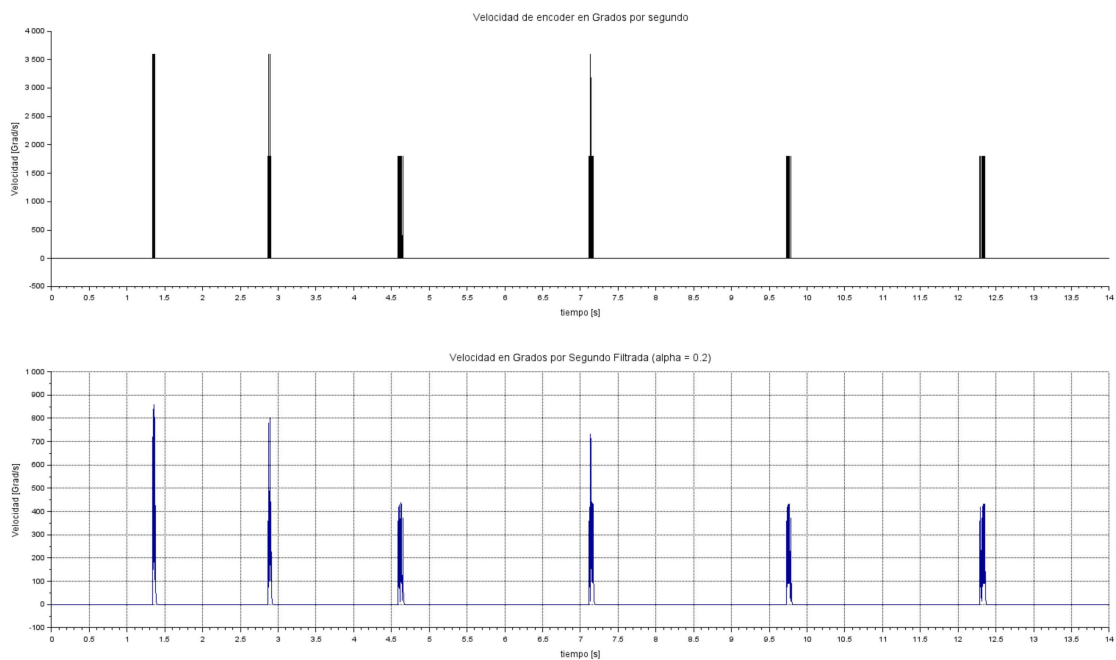


Figura 11.28: “Velocidad eje YAW en grados por segundo”.

El gráfico de velocidad muestra una gran cantidad de ruido previo a la aplicación del filtro independiente de la unidad de medida (11.28). Se seleccionó un  $\alpha = 0,2$  para el filtro A obteniendo el gráfico mostrado en (11.28). A pesar de que el filtro B tenía una mejor atenuación de ruido, se descartó debido a que se perdía parte de la señal.

Se procede a la obtención de respuesta para movimientos entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ .

Eje de Rotación YAW		
Pos [°]	steps YAW	DIR YAW
90°	200	CW
0[°]	200	CCW
90[°]	200	CW
0[°]	200	CCW
90[°]	200	CW
0[°]	200	CCW

Tabla 11.5: “Lista de posiciones finales en orden a ejecutar con dirección de rotación”.

El gráfico del contador incremental de posición obtenido se muestra en la figura (11.29).

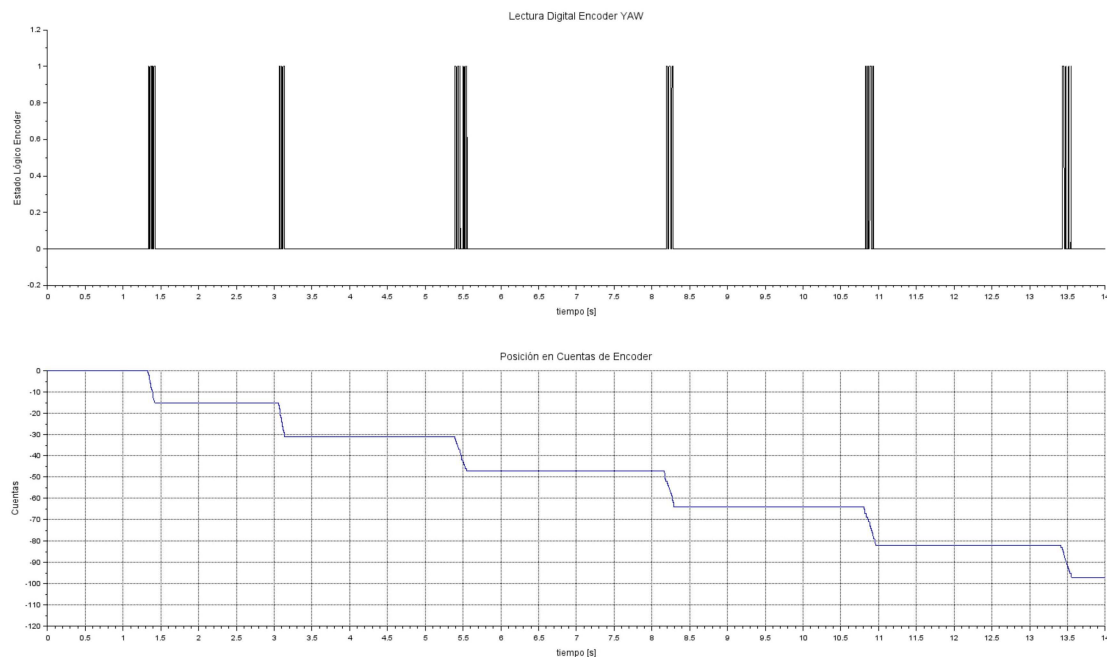


Figura 11.29: “Encoder YAW y Contador de posición incremental”.

El gráfico de velocidad se muestra en la figura (11.30).

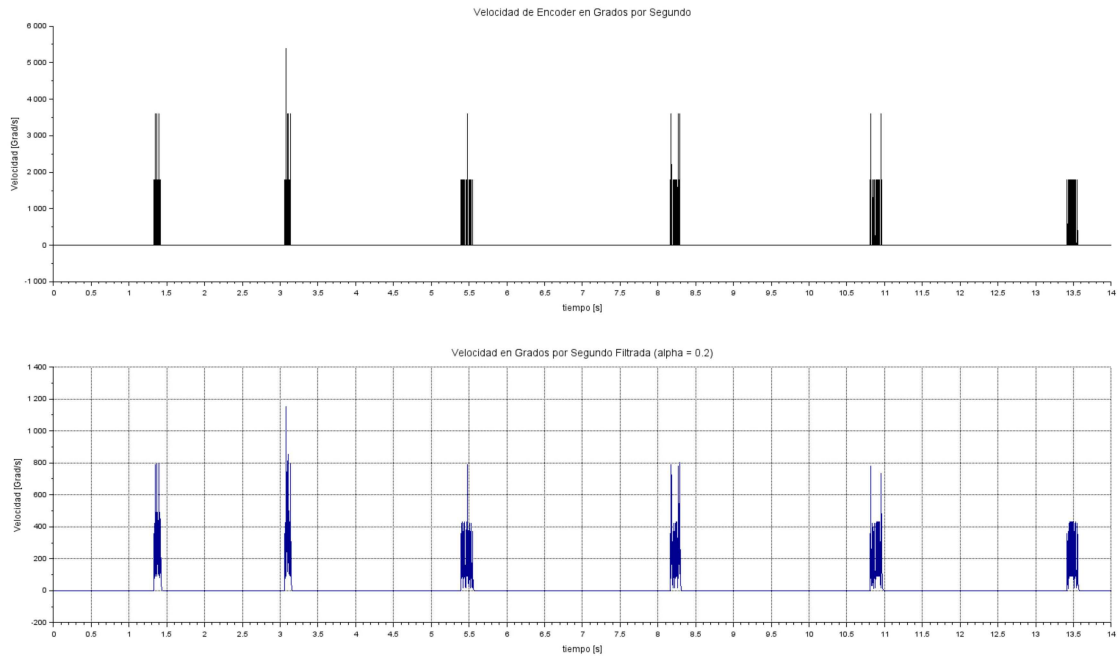


Figura 11.30: “Velocidad eje YAW en grados por segundo”.

Se procede a la obtención de respuesta para movimientos entre 0° y 180°.

Eje de Rotación YAW		
Pos [°]	steps YAW	DIR YAW
180°	400	CW
0[°]	400	CCW
180[°]	400	CW
0[°]	400	CCW
180[°]	400	CW
0[°]	400	CCW

Tabla 11.6: “Lista de posiciones finales en orden a ejecutar con dirección de rotación”.

El gráfico del contador incremental de posición obtenido se muestra en la figura (11.31).

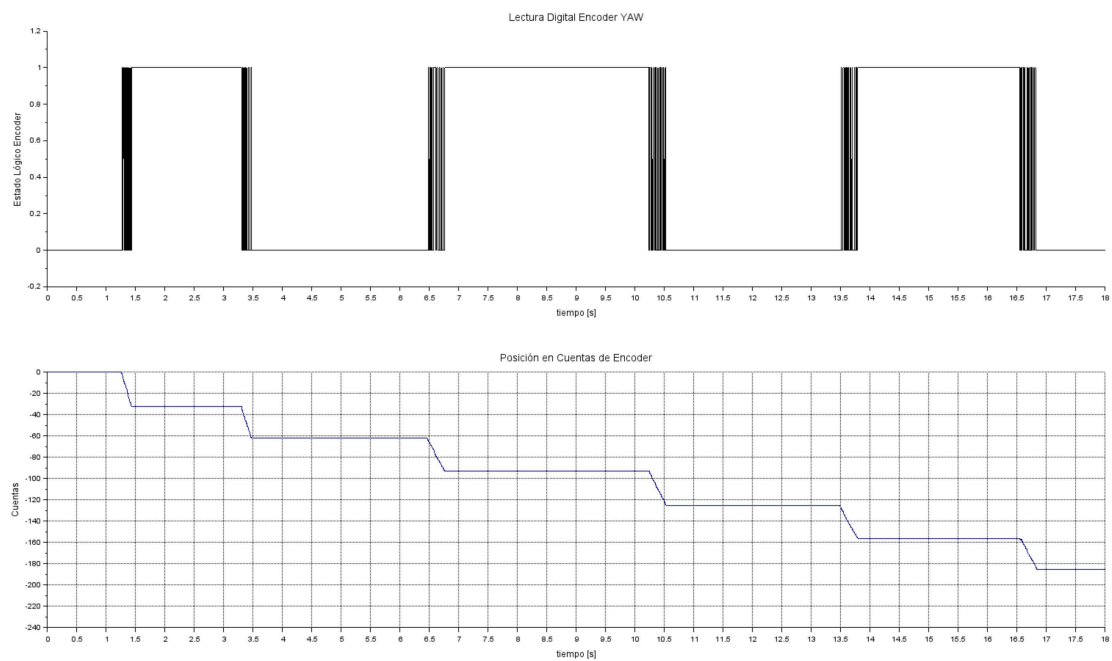


Figura 11.31: “Encoder YAW y Contador de posición incremental”.

El gráfico de respuesta en velocidad se muestra en la figura (11.30).

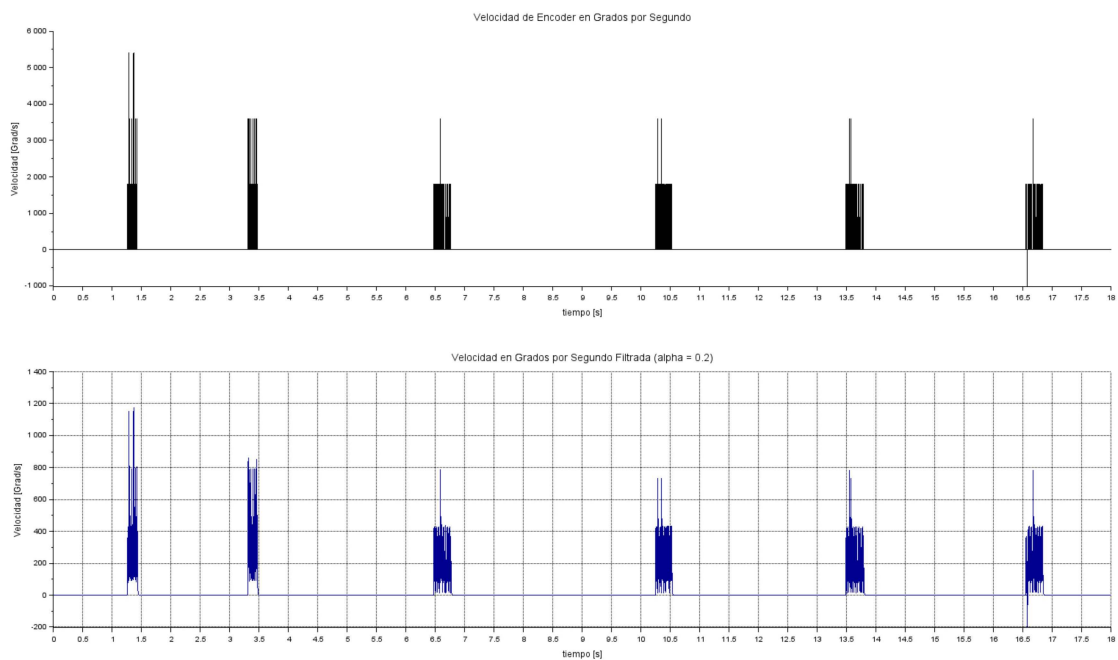


Figura 11.32: “Velocidad eje YAW en grados por segundo”.

La velocidad teórica que debería alcanzar el cabezal en el eje de rotación YAW es de 300 steps/s lo que se traduce en 540 grad/s. En los gráficos se representa la velocidad del encoder en grados por segundo por lo que la transformación de encoder a motor quedará determinada por la ecuación (11.31). Considerando la velocidad como una tendencia aproximada entre las mediciones se obtiene la ecuación (11.32) que entrega una velocidad cercana a la teórica propuesta.

$$\omega_{motor_{yaw}} = \omega_{encoder} \cdot \frac{38}{108} \cdot 4 \left[ \frac{grad}{s} \right] \quad (11.31)$$

$$\omega_{motor_{yaw}} \approx 400 \cdot \frac{38}{27} \cong 562,963 \left[ \frac{grad}{s} \right] \quad (11.32)$$

### 11.3.2. Motor PITCH

Al igual que para el motor del eje YAW, se realizaron desplazamientos controlados mediante comunicación por puerto serial indicando dirección de giro y desplazamiento angular deseado en cada eje. Se procede a la obtención de respuesta para movimientos entre 0° y 45° para el eje PITCH.

Eje de Rotación PITCH		
Pos [°]	steps PITCH	DIR PITCH
45°	1024	CW
0[°]	1024	CCW
45[°]	1024	CW
0[°]	1024	CCW
45[°]	1024	CW
0[°]	1024	CCW

Tabla 11.7: “Lista de posiciones finales en orden a ejecutar con dirección de rotación”.

El gráfico del contador incremental de posición obtenido se muestra en la figura (11.33).

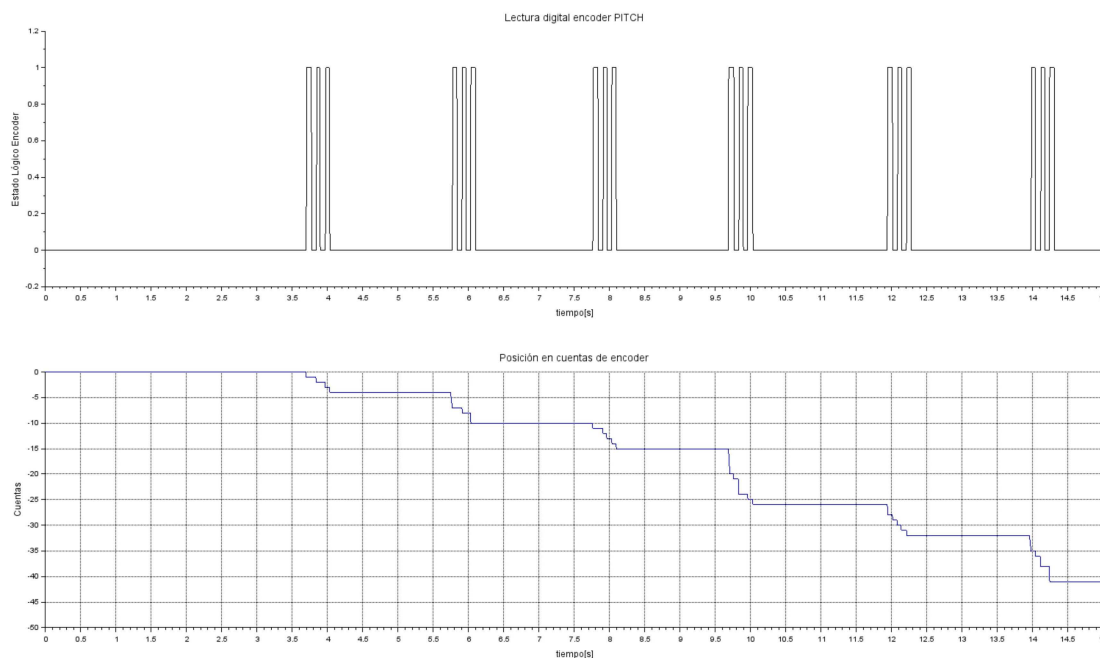


Figura 11.33: “Encoder PICTH y Contador de posición incremental”.

En este caso los pulsos y posición del encoder se muestran más definidas debido a que la relación de

engranes hace que el encoder gire más lento y además, la velocidad del motor PITCH es inferior. El gráfico de respuesta en velocidad se muestra en la figura (11.34).

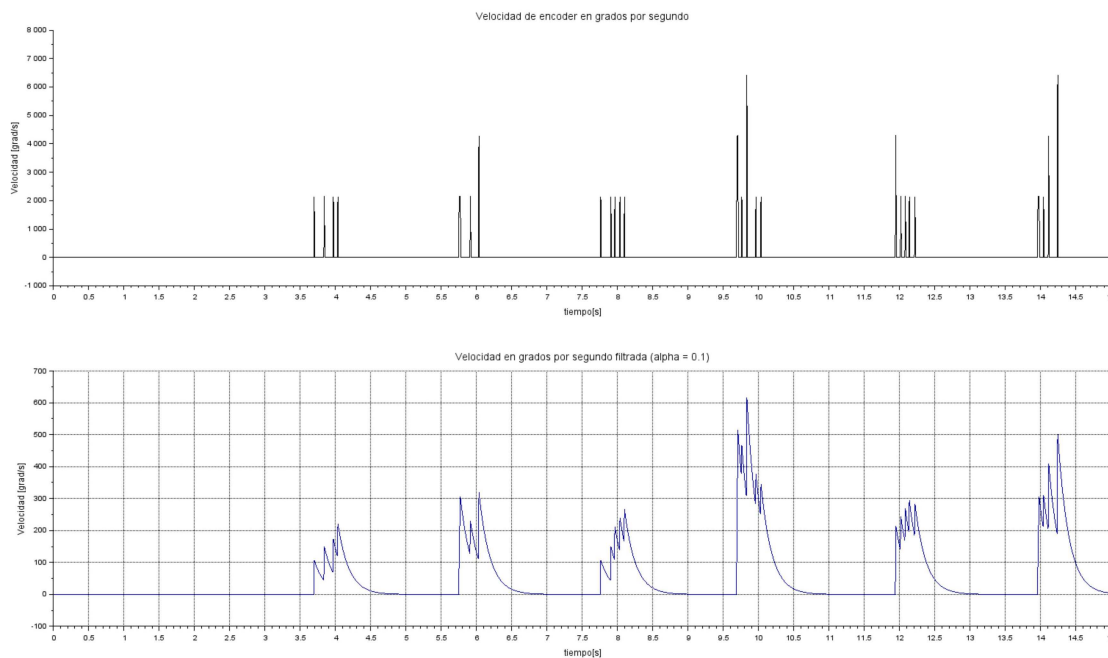


Figura 11.34: “Velocidad eje PITCH en grados por segundo”.

Se procede a la obtención de respuesta para movimientos entre 0° y 90°.

Eje de Rotación PITCH		
Pos [°]	steps PITCH	DIR PITCH
90°	2048	CW
0[°]	2048	CCW
90[°]	2048	CW
0[°]	2048	CCW
90[°]	2048	CW
0[°]	2048	CCW

Tabla 11.8: “Lista de posiciones finales en orden a ejecutar con dirección de rotación”.

El gráfico del contador incremental de posición obtenido se muestra en la figura (11.35).

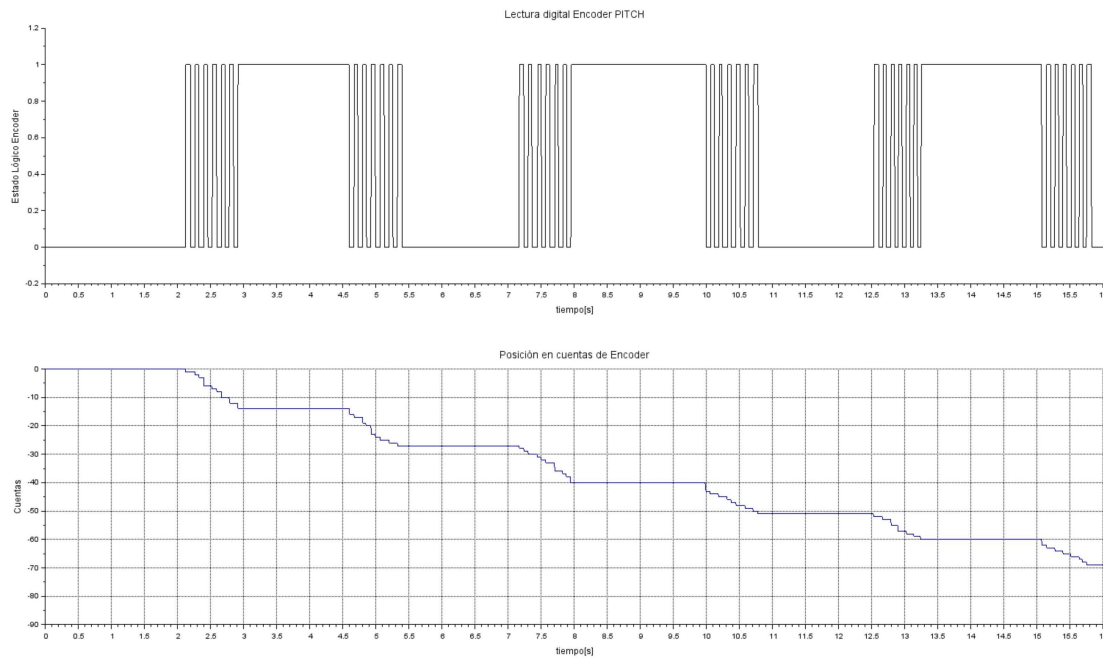


Figura 11.35: “Encoder PITCH y Contador de posición incremental”.

El gráfico de respuesta en velocidad se muestra en la figura (11.36).

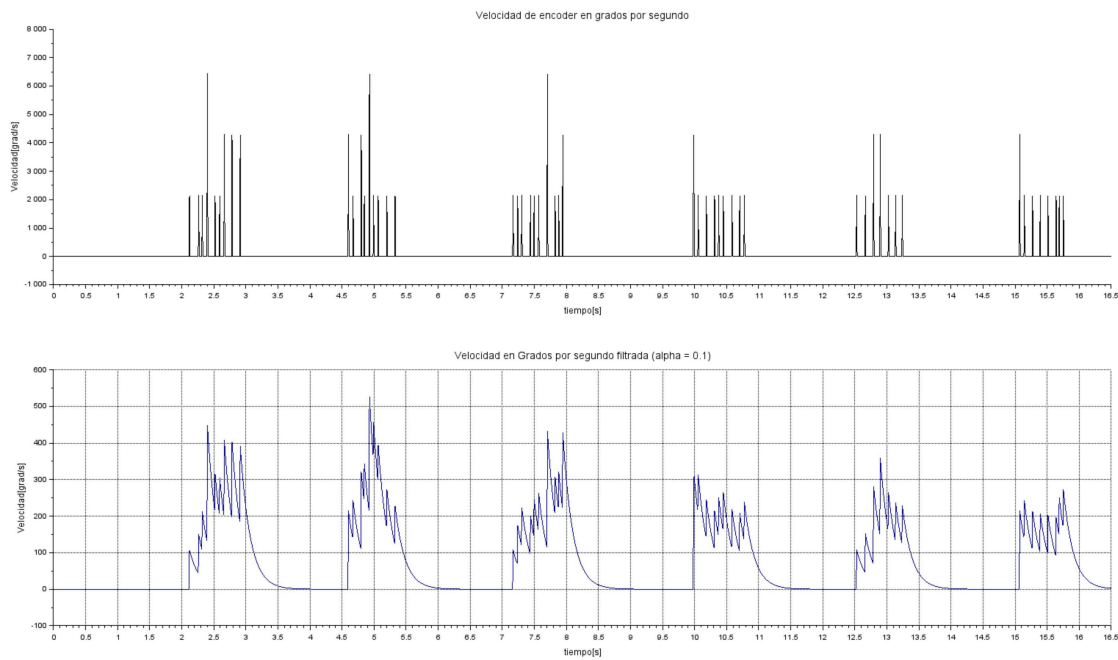


Figura 11.36: “Velocidad eje PITCH en grados por segundo”.

Se procede a la obtención de respuesta para movimientos entre 0° y 180°.

Eje de Rotación PITCH		
Pos [°]	steps PITCH	DIR PITCH
180°	4096	CW
0[°]	4096	CCW
180[°]	4096	CW
0[°]	4096	CCW
180[°]	4096	CW
0[°]	4096	CCW

Tabla 11.9: “Lista de posiciones finales en orden a ejecutar con dirección de rotación”.

El gráfico del contador incremental de posición obtenido se muestra en la figura (11.37).

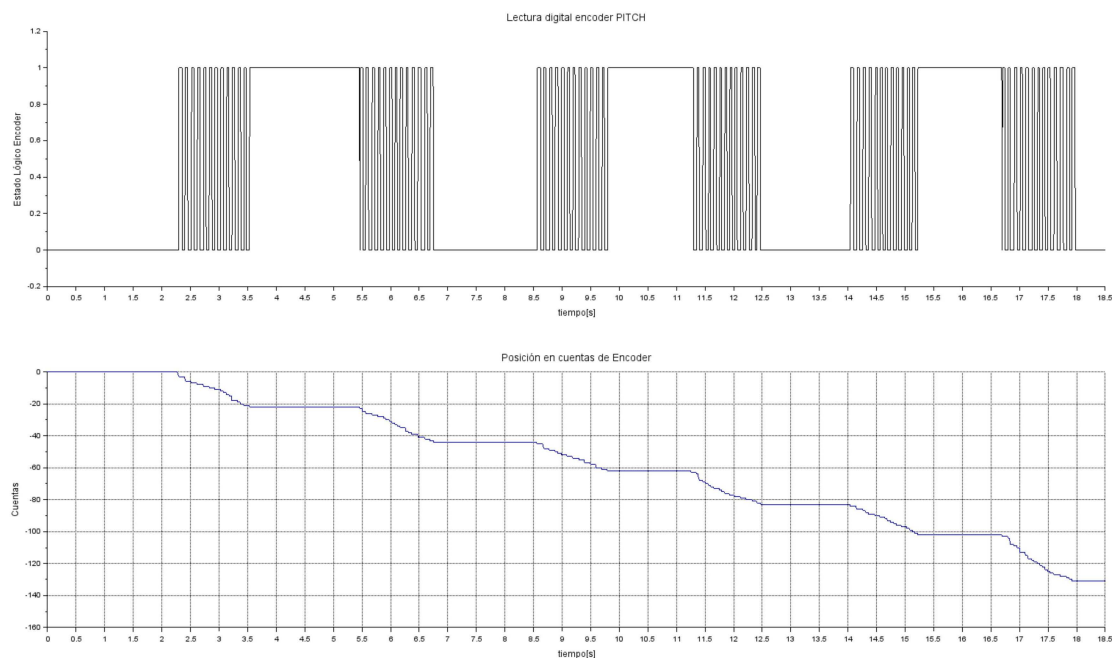


Figura 11.37: “Encoder PITCH y Contador de posición incremental”.

El gráfico de respuesta en velocidad se muestra en la figura (11.38).

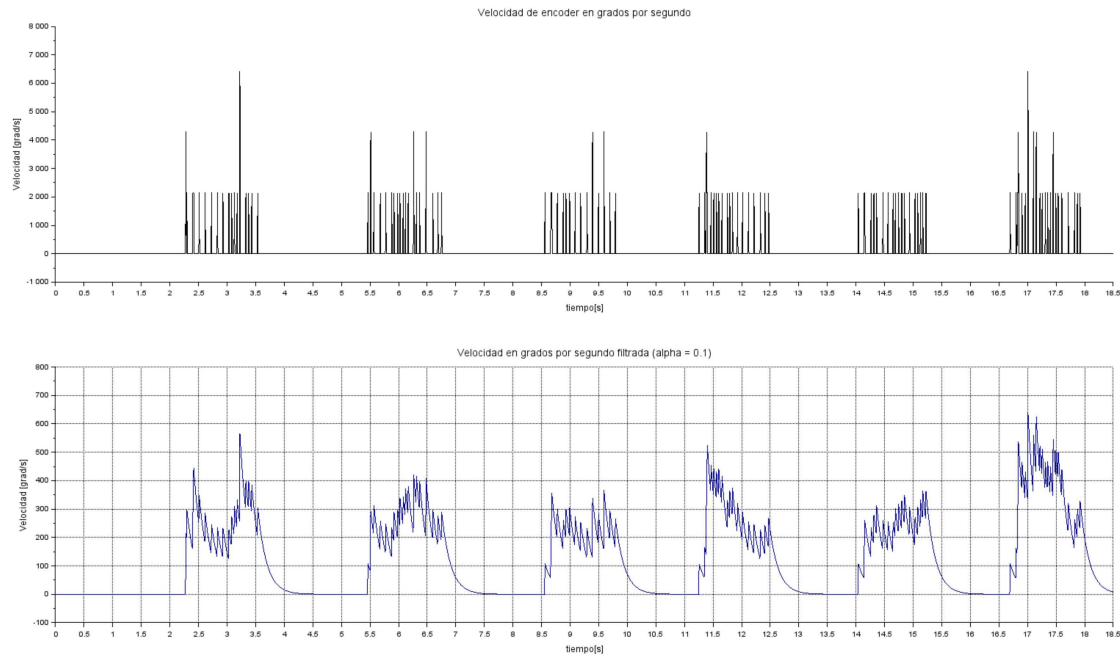


Figura 11.38: “Velocidad eje YAW en grados por segundo”.

La velocidad teórica que debería alcanzar el cabezal en el eje de rotación PITCH es de 1000 steps/s lo que se traduce en 175.781 grad/s. En los gráficos se representa la velocidad del encoder en grados por segundo por lo que la transformación de encoder a motor quedará determinada por la ecuación (11.33). El tiempo de captura total durante las pruebas fue de 60 segundos pero no se correspondía con el tiempo real transcurrido en el caso del eje PITCH. Luego de varias iteraciones se encontró una equivalencia con un  $K_t$  de aproximadamente 4.46 veces lo que implica que por cada segundo de simulación en realidad transcurrieron 4.46 segundos. Considerando la velocidad como una media aproximada entre las mediciones se obtiene la ecuación (11.34) que entrega una velocidad por debajo de la teórica.

$$\omega_{cabezal_{pitch}} = \omega_{encoder} \cdot \frac{38}{48} \cdot 4 \cdot \frac{1}{4,46} \left[ \frac{grad}{s} \right] \quad (11.33)$$

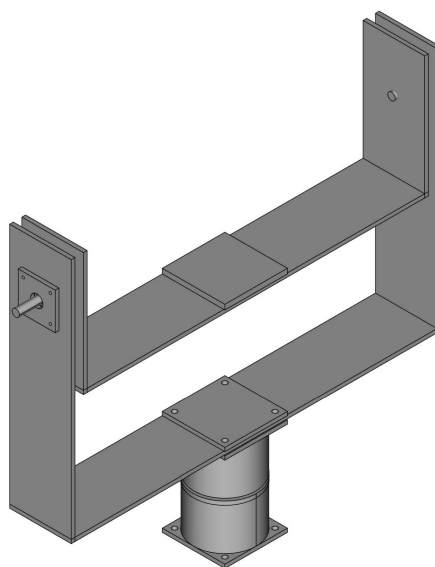
$$\omega_{cabezal_{pitch}} \approx 200 \cdot \frac{19}{6} \cdot \frac{1}{4,46} \cong 142,003 \left[ \frac{grad}{s} \right] \quad (11.34)$$

# Capítulo 12

## Comentarios y Conclusiones

### 12.1. Estructura

Para el diseño mecánico del cabezal se hicieron muchas modificaciones debido a que en el mercado chileno es difícil encontrar piezas o materiales con las dimensiones que se necesitaban. Luego de replantear varias veces los diseños (en particular la base giratoria y los soportes laterales) se logró establecer un modelo en base a las medidas de piezas comerciales (pletinas y tubos en Chile, rodamientos en el extranjero para minimizar costos). Finalmente el diseño mecánico (con medidas comerciales) quedó como se muestra a continuación.



Cabezal con medidas de piezas comerciales.

Para el modelado fue complejo definir las inercias inicialmente ya que las formas de las piezas eran irregulares. Tras revisar varios libros de física universitaria (que contenían inercias de modelos típicos como

varillas ya definidos) se encontró el desarrollo completo para cálculo de inercia de una forma irregular. Ésto se usó como base para realizar los cálculos descritos en este documento.

Es importante considerar que para realizar la inclinación de la cámara con torque máximo, la fuerza aplicada será de aproximadamente 25 Newton por lo que el radio debe ser lo más corto posible (0.1 [m] aproximadamente) manteniendo movilidad y haciendo que el motor requerido no tenga un altísimo consumo de corriente. Además del radio de la palanca es muy importante considerar el centro de masa de la cámara y su forma dado que su inercia rotacional produce un gran impacto en el sistema.

Para la parte superior de la base rotatoria será necesario implementar una tapa para asegurar el rodamiento desde abajo. Preliminarmente no se consideró porque quedaría embutido en el soporte pero, para mayor seguridad se planea diseñar e implementar.

Se evaluará el uso de la correa dentada para transmisión de movimiento en el *motor<sub>pitch</sub>* dado que por el torque y uso continuo podría expandirse lo que agregaría errores a los desplazamientos. En base a la experiencia de trabajo con distintos modelos de máquinas y sistemas CNC se sugiere cambiar la posición de montaje del motor quedando conectado directamente mediante engranes al soporte pitch.

## 12.2. Modelo Físico Matemático

Es importante considerar correctamente cada parte del sistema al momento de modelar su equivalente teórico dado que una variación de fricción o inercia no considerada puede hacer un sistema inestable debido a la ubicación de sus polos. En el caso de encontrar inestabilidad en el sistema es importante revisar que todas las constantes y partes del mismo estén correctamente dimensionadas y consideradas para evaluar cuales pueden ser los puntos críticos del modelo que al variar afectan significativamente el sistema.

Identificando los puntos críticos en el modelo matemático es posible mejorar el sistema real por lo que es muy importante no solo resolver y evaluar respuestas sino comprender lo que sucede en las ecuaciones y las variables que las componen para entender los posibles errores que existan en la implementación física y cómo corregirlos.

La fricción para un rodamiento viene dada por el fabricante y dependerá de la posición del rodamiento y cómo la carga está distribuida sobre él. Puede ser axial o radial y es dato que depende de varios factores entre ellos la viscosidad del lubricante que utilizan.

En una próxima iteración se modificará el diseño de la cámara ideal con el fin de hacerlo más cercano al real a montar en el cabezal. Al analizar las respuestas del sistema ideal hubo un cambio notorio en el tiempo de estabilización al variar la inercia rotacional de la cámara que depende de su forma y masa por lo que es necesario que el modelo sea lo más fiel posible al real para lograr un gráfico realmente representativo del sistema.

### 12.3. Electrónica y Control

Al hacer interactuar interrupciones en el modo comparador sobre un mismo timer se interfieren entre sí debido a que el modo comparador tiene un sistema de doble bandera que no reinicia el contador sino que marca el primer desbordamiento con la primera cifra configurada y sigue contando hasta lograr el segundo desbordamiento posterior a lo cual reinicia el conteo. Debido a esto existieron variaciones en las velocidades de los motores. Para una próxima iteración del modelo se considerará la variación en los cálculos o se designará un Timer por cada motor.

A bajas velocidades el motor Nema 23 produce una gran cantidad de vibraciones debido a la naturaleza misma de su movimiento paso a paso. Se recomienda considerar siempre la máxima velocidad de motor posible con el fin de evitar vibraciones para lo cual se debe contar con una relación de engranes superior. La Señal cuadrada de reloj para controlar la velocidad de los motores podría ser generada en un circuito externo con un microcontrolador dedicado. De esta forma las curvas de velocidad podrían ser fácilmente programadas y modificadas en controlador principal enviando mediante una señal PWM o similar la velocidad deseada (lista de setpoints).

Se sugiere la compra de los motores de acuerdo a las características del sistema a implementar prefiriendo componentes comerciales incluyendo los manejadores de corriente. Existe gran variedad de manejadores de alta calidad con buena resolución y múltiples opciones de control tanto para motores de escobillas, sin escobillas, servos y motores de pasos por lo que dependiendo de los requerimientos del sistema se recomienda la compra de motores y manejadores comerciales para evitar el trabajo extra no necesario.

### 12.4. Captura de Datos

La velocidad de muestreo de una placa Arduino y cualquier controlador similar es más que suficiente para el muestreo de este tipo de señales sin embargo, al utilizar el software Scilab con XCOS y el módulo **Arduino 1.8** la velocidad de muestreo queda limitada a la velocidad de comunicación serial por defecto y el rendimiento del computador en el que se esté trabajando para el procesamiento de señales. Se recomienda hacer pruebas de rendimiento y comparar el tiempo simulado con el real para hacer la correcta compensación.

Para el filtrado de señales es importante considerar el tipo de señal que se tiene y el ruido que se quiere eliminar. En el filtro implementado se perdía información, si el coeficiente  $\alpha$  es muy grande la señal es más fiel a la original pero es difícil distinguir la señal filtrada en cambio si el coeficiente es cercano a cero se tendrá una señal muy limpia pero muy lenta y alejada de la forma de la señal real. En una futura iteración se sugiere analizar la respuesta en frecuencia de las mediciones e implementar un filtro de kalman correctamente sintonizado para eliminar el ruido de forma selectiva.

## 12.5. Conclusión del Proyecto

En base a las observaciones planteadas y el desarrollo de este proyecto de título se considera que el proyecto es realizable e implementable pero no se recomienda la reutilización de motores a menos que posean características acorde a los requerimientos del sistema.

El cabezal construido como prueba de concepto sirvió para poner a prueba la idea preliminar y sobre el mismo se pudieron probar distintos métodos de validación para futuros prototipos y proyectos. El desarrollo de esta prueba de concepto cumple con abrir puertas a nuevas iteraciones sentando bases de electrónica de potencia, control de movimiento, captura de datos y procesamiento de señales por lo que se considera un modelo exitoso.

El siguiente paso para el desarrollo será la construcción de un prototipo funcional basado en el modelo ideal financiado por la Corporación.

# Bibliografía

- [1] RoHS Compliant. 59d series. En *2 Phase Hybrid Stepping Motor*. 2002.
- [2] Atmel Corporation. Atmel atmega640/v-1280/v-1281/v-2560/v-2561/v. En *8-bit Atmel Microcontroller with 16/32/64KB In-System Programmable Flash*. 2014.
- [3] Universidad de Oviedo. Análisis de sistemas en el dominio del tiempo. 2010.
- [4] Allen S. Hall, Alfred R. Holowenko, y Herman G. Laughlin. *Teoría y problemas de Diseño de Máquinas*. Libros McGRAW-HILL, 1971.
- [5] Michael M. Khonsari y E. Richard Booser. On the stribeck curve. *Recent Developments in Wear Prevention, Friction and Lubrication*, 1:263–278, 2010.
- [6] ST Microelectronics. L298. En *DUAL FULL-BRIDGE DRIVER*. 2000.
- [7] ST Microelectronics. L297. En *Stepper Motor Controllers*. 2001.
- [8] ST Microelectronics. Uln2001, uln2002, uln2003, uln2004. En *Seven Darlington arrays*. 2021.
- [9] Alexandru Morar. Stepper motor model for dynamic simulation. *ACTA ELECTROTEHNICA*, 44(2):117–122, 2003.
- [10] Katsuhiko Ogata. *Sistemas de control en Tiempo discreto*. Pearson Prentice Hall, 1996.
- [11] Katsuhiko Ogata. *Ingeniería de Control Moderna*. Pearson Prentice Hall, 2010.
- [12] Brian Rebbechi, Fred B. Oswald, y Dennis P. Townsend. Measurement of gear tooth dynamic friction. En *Seventh International Power Transmission and Gearing Conference*. 1996.
- [13] Sears y Zemansky. *Física Universitaria Vol 1*. Pearson Addison-Wesley, 2009.
- [14] Steven W. Smith. *The Scientist and Engineer's Guide to Digital signal Processing*. California Technical, 1999.

- [15] Leonardo Solaque, Cristhian Andrey Cristancho, y Camilo Andrés Gil. Design and implementation of an experimental platform with two degrees of freedom controlled by two techniques: Pid and fuzzy logic. *Ciencia e Ingeniería Neogranadina*, 24(1):99–115, 2014.
- [16] Manish Vaishya y Rajendra Singh. Strategies for modeling friction in gear dynamics. *Journal of Mechanical Desing*, 125:385, 2003.
- [17] INC VISHAY INTERTECHNOLOGY. 6n137, vo2601, vo2611, vo2630, vo2631, vo4661. En *High Speed Optocoupler, Single and Dual, 10 MBd*. 2022.
- [18] Eugenio Wernekinck. Diapositivas de control de movimiento. 2016.